

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Supérieure Agronomique

El Harrach - Alger

Département de Génie Rural

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

المدرسة الوطنية العليا للفلاحة

الحراش - الجزائر العاصمة

قسم الهندسة الريفية



Thèse de Doctorat en sciences Agronomiques Option : Hydraulique

Présentée par HACHEMI Abdelkader

Etude de l'intrusion marine dans les aquifères
côtiers. Cas de l'aquifère côtier de l'Oued Nador
(w. Tipaza)

Jury

Pr. CHABACA Mohammed Nacer	ENSA, Alger	Président
Pr. REMINI Boualem	Université de Blida	Directeur de thèse
Pr. MEDDI Mohammed	ENSH, Blida	Examineur
Pr. ZELLA Lakhdar,	Université de Blida	Examineur
Pr. HARTANI Tarik	Centre universitaire de Tipaza	Examineur

Soutenue le 17/11/ 2016

Remerciements

Au terme de cette thèse, je tiens à remercier avant tous notre Dieu Allah de m'avoir aidé à finir ce travail.

Je remercie particulièrement M. **REMINE Boualem** mon directeur de thèse tout d'abord pour sa patience à mon égard, pour son soutien moral et pour ses orientations et conseils qui ont contribué à la réalisation de cette thèse.

A M. **CHABACA Mohamed Nacer** Président de jury : j'exprime ma plus profonde reconnaissance pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence de notre Jury de thèse.

Mes vifs remerciements vont également à M.**MEDDI Mohamed**, M. **ZELLA Lakhdar** et M. **HARTANI Tarek** qui ont bien voulu honorer ce jury, pour juger ce travail. Qu'ils acceptent l'expression de ma sincère reconnaissance et mon profond respect.

Je remercie également l'ensemble des enseignants de l'ENSH et plus particulièrement M.**BENLAOUKLI**, M. **BOUNAH** et M. **AMMARI**.

Mes vifs remerciements à mon ami **BOUDERBALA Abdelkader** qui a mis à ma disposition ses données géophysiques servies pour valider mes résultats.

Je ne pourrais terminer mes remerciements sans penser à ma famille, à ma mère qu'elle nous a laissé il y'a une année que dieu l'accepte dans son vaste paradis, à mon père pour sa patience et ses encouragements tout au long de mon cheminement.

Je remercie également mes frères Mokhtar et Moussa et sœurs Meriem, Zohra, Safia, Assia et Hamida pour leur soutien moral pour achever ce travail.

Je remercie énormément ma femme pour sa patience et son soutien moral et physique pour réaliser cette thèse

A.HACHEMI

Résumé

Dans le présent travail nous avons développé deux codes de simulation par éléments finis de l'intrusion marine dans les aquifères côtiers. Le premier code 'Sharpint' est basé sur l'approche interface abrupte où les deux liquides l'eau douce et l'eau salée sont immiscibles et sont séparés par une interface fine. Il permet de fournir la position de l'interface et le contour d'isopièzes dans l'espace et dans le temps.

Le deuxième code de calcul est basé sur zone de transition où on a tenu compte du phénomène de diffusion, c'est le modèle hydrodispersif. Ce modèle permet le tracé des cartes d'isopièzes et d'isochlorures dans l'aquifère.

Les deux modèles mathématiques correspondants sont quasitridimensionnels (plans). Ils ont été obtenus après intégration de leurs équations aux dérivées partielles en 3D sur la verticale. La résolution numérique de ces deux modèles a abouti au développement de ces deux codes de calculs.

Le code de calcul 'Sharpint' a été validé par rapport aux solutions analytiques de Glover et de Strack. Le code de calcul 'Seawint' est validé par rapport aux résultats de certains auteurs par l'application du logiciel Modflow. Les résultats de comparaison sont satisfaisants.

La modélisation numérique du biseau salé dans l'aquifère côtier de Oued Nador a été réalisée par l'application du code Sharpint qui a permis de localiser le biseau salé dans cette nappe.

La position de l'interface eau douce eau salé simulée est proche à celle limitée par la géophysique d'après les travaux de Bouderbala (2015).

La prévision du biseau salé dans l'aquifère de Oued Nador a été illustrée dans deux scénarios, l'un a consisté à arrêter le pompage en tenant compte seulement de la recharge et l'autre a consisté à continuer l'exploitation de la nappe par les deux forages F3 et F5 qui sont actuellement en exploitation. Les résultats de simulation ont montré un recul important dans le premier scénario alors qu'il est insignifiant dans le deuxième.

Mots clés : intrusion marine – modélisation- aquifère côtier- Oued Nador- interface

ملخص

خلال هذا العمل قمنا بتصميم برنامجي حساب بطريقة العناصر المنتهية لمحاكاة ظاهرة تغلغل مياه البحر داخل خزانات المياه الجوفية الساحلية. اعتمد البرنامج الحسابي الأول على مبدأ الحد الفاصل بين السائلين الماء العذب و الماء المالح أين افترضنا أن السائلين لا يمتزجان ويفصل بينهما حدا دقيقا. يسمح هذا البرنامج بحساب المستوى البيزومتري للمياه الجوفية العذبة في كل نقطة من مساحة الخزان الجوفي وكذا وضعية الحد الفاصل فضائيا و زمنيا.

إن البرنامج الثاني المستحدث يعتمد على مبدأ المنطقة الانتقالية أين أخذنا بعين الاعتبار ظاهرة الانتشار ويسمى هذا النموذج بالانتشاري. إن هذا البرنامج يسمح بحساب التوزيع الفضائي لمستوى المياه الجوفية وكذلك لتركيز ايونات الكلور فيها. كلا البرنامجان مصممين شبه ثلاثي الأبعاد تم الحصول عليهما بتكامل معادلاتهما التفاضلية ثلاثية الأبعاد بالنسبة للبعد العمودي.

ان البرنامج الحسابي المطور المبني على نظرية الحد الفاصل تم مطابقته بالنسبة للحلول التحليلية ل

STRACK و GLOVER

بينما تمت مطابقة البرنامج الأخر مع النتائج العددية لبعض الباحثين وكذا مع البرنامج التجاري MODFLOW وكانت نتائج المطابقة رائعة.

النمذجة العددية لتغلغل مياه البحر في الخزان الجوفي الساحلي لوادي الناظور بولاية تيبازة تمت بتطبيق البرنامج الأول المطور في هذا العمل وقد سمح تحديد وضعية الحد الفاصل بين الماء الجوفي العذب والماء الجوفي المالح لعام 2012. وقد تم مطابقتها مع الحد الفاصل المعين بواسطة الطرق الجيوفيزيائية من خلال أعمال بودربالة (2015).

التنبؤ بمدى تغلغل مياه البحر في الطبقة المائية الجوفية خلال السنوات القادمة، تمثلت في وضع سيناريوهين في احدهما قمنا بوقف الضخ كليا من الخزان الجوفي واعتماده على التغذية من الجوانب اما في السيناريو الآخر فقد استمر الضخ عبر البئرين F3 و F5 كما أبقينا على التغذية كما هي سابقا. أظهرت نتائج المحاكاة تراجعا كبيرا للحد الفاصل في السيناريو الأول بينما سجلنا تراجعا صغيرا للحد الفاصل في السيناريو الثاني.

الكلمات المفتاح : تغلغل مياه البحر – النمذجة العددية- الخزان الشاطئ- واد الناظور - الحد

Abstract

In the present work we have developed two softwares to simulate the seawater intrusion in coastal aquifers by finite element method. The first code named 'Sharpint' based on the interface approach that it supposed the two liquids fresh water and saltwater are immiscible and it exists an interface between its. It may to show the interface position and the contours of the piezométric heads.

The second code based on the transition zone between the two liquids take into account the advection diffusion phenomenon. This model let us to present the piezometric heads and isochloride contours into the aquifer.

The two correspondent mathematical models are areal. There are resulted by integration over the vertical direction of the tridimensional partial differential equations.

The code 'Sharpint' was validated using the analytical solutions of Glover and Strack. The code 'Seawint' was validated using the results of some authors and software like Modflow. The comparison was better.

The numerical modeling of seawater intrusion in the coastal aquifer of the Oued Nador was realized with sharp interface model. The localization of the interface fresh water –saltwater with simulation was closed with the interface detected by geophysics affected by Bouderbala,(2015).

The prevision of the interface along the next years from 2012 was illustrated in two scenarios. The first considered to stop all the pumping and taking account only the recharge from the aquifer boundaries. The second keep the pumping from the two wells F3 and F5 which are now exploited.

The simulation results show a great retreat of the interface in the first scenario, since in the second there is no retreat of the interface.

Key words: seawater intrusion – modeling – coastal aquifer- Oued Nador - interface

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre I : Généralités sur l'écoulement et transport en milieux poreux	4
I.1 Notions de base	4
I.1.1 Définition du milieu poreux	4
I.1.2. Types d'écoulements dans le milieu poreux	4
I.1.3 Définition d'un aquifère	5
I.1.4 Types d'aquifère	5
I.1.5 Caractéristiques d'un milieu poreux	6
I.1.6 Notion de la charge hydraulique.....	11
I.1.7 Homogénéité – hétérogénéité et isotropie – anisotropie des aquifères.....	12
I.1.8 Les caractéristiques chimiques de l'eau	12
I.1.9 Equation d'état	14
I.2 Equation du mouvement du fluide, loi de Darcy	15
I.3 Equation de l'écoulement 2D saturé	17
I.4 Equation de diffusivité pour une nappe libre	18
I.5 Equation de diffusivité pour une nappe captive	18
I.6 Les mécanismes de transfert de solutés en milieu poreux saturés	18
I.6.1 Mécanisme de convection(ou advection).....	18
I.6.2 Mécanisme de dispersion (diffusion).....	19
I.7 Problématique du biseau salé	23
I.8 Méthodes de localisation du biseau salé	24
I.8.1 Estimation théorique à partir de la piézométrie	24
I.8.2 Prospection géophysique	25
I.8.3 Investigation géochimique	25
I.9 Conclusion	25
Chapitre II : Modélisation mathématique du biseau salé	26
II.1 Introduction	26
II.2 Modèle 2D avec interface abrupte	26
II.2.1. Hypothèses de base	26
II.2.2 Approche de Badon –Ghyben-Herzberg (BGH)	27
II.2.3 Modèle mathématique	27

II.2.4 Conditions initiales et aux limites	30
II.2.5 Solutions analytiques	31
II.2.5.1 Interface dans une nappe captive	31
II.2.5.2 Interface dans une nappe libre	33
II.2.5.3 Solution de Strack	34
II.2.5.4 Solution de Bear et Dagan (Upconing)	37
II.3 Modèle avec zone de transition (modèle hydrodispersif)	39
II.3.1 Hypothèse de base	39
II.3.2 Modèle mathématique 3D (à densité variable)	40
II.3.3. Modèle mathématique en 2D quasi tridimensionnel.....	41
II.3.4 Conditions aux limites du problème	46
II.4 conclusion	47
Chapitre III : Modèle numérique avec interface abrupte.....	48
III.1 Introduction	48
III.2 Présentation de la méthode des éléments finis	48
III.2.1 Formulation intégrale.....	49
III.2.2 Formulation par éléments finis : Méthode de Galerkin.....	50
III.3 Application de la méthode des éléments finis au modèle d'interface abrupte	51
III.3.1 Approximation par éléments finis	52
III.3.2 Approximation sur un élément de référence	53
III.3.3 Propriétés de la fonction approchée	54
III.3.4 Continuité sur l'élément fini	55
III.5 Transformation des opérateurs de dérivation	56
III.6 Discrétisation temporelle	58
III.7 Algorithme de résolution	59
III.8 Mise en œuvre du code	62
III.8.1 Etape de pré-traitement (programme maillage).....	63
III.8.2 Etape de traitement	63
III.8.3 Etape de post-traitement	64
III.9 Conclusion	65
Chapitre IV Solution numérique du modèle hydrodispersif.....	66
IV.1 Introduction.....	66
IV.2 Principe de la méthode SUPG	66

IV.2.1 Problème unidimensionnel.....	67
IV.2.1 Problème bidimensionnel	68
IV.3 Application de la MEF sur l'équation de l'écoulement de densité variable.....	70
IV.4 Résolution numérique de l'équation de transport	72
IV.4.1 Détermination de w	73
IV.4.2 Détermination de la longueur caractéristique de l'élément fini	74
IV.5 Technique de résolution	75
IV.6 Mise en œuvre du programme Seawint.....	78
IV.7 Conclusion	80
Chapitre V : Validation des codes de calcul	81
V.1 Validation du code de calcul 'Sharpint'.....	81
V.1.1 Position de l'interface pour une nappe libre en absence du forage	81
V.1.2. Influence du pompage	84
V.1.3 Influence de la recharge	86
V.1.4 Interface abrupte dans une nappe côtière captive	89
V.1.5 Conclusion.....	90
V.2. Validation du modèle de zone de transition.....	91
V.2.1 Simulation en régime permanent sans pompage	91
V.2.2 Influence du pompage	93
V.2.3 Influence des conditions aux limites	96
V.2.4 Conclusion	103
Chapitre VI. Etude de l'intrusion marine dans l'aquifère côtier de Oued Nador (W. Tipaza)	105
VI.1 Introduction	105
VI.2 Situation géographique.....	105
VI.3 Données climatiques	105
VI.3.1 précipitations	106
VI.3.2 Température.....	107
VI.3.3 L'humidité relative	107
VI.3.4 L'évaporation.....	108
VI.3.5 Evapotranspiration.....	108
VI.3.6 Taux d'Infiltration	109
VI.4 Données géologiques	109
VI.4.1 Description lithostratigraphique de la région d'étude	109

VI.4.2 Les coupes des ensembles lithologiques	112
VI.5 Données hydrogéologiques	113
VI.5.1 Structure de la nappe d'Oued Nador	113
VI.5.2 Piézométrie de la nappe d'Oued Nador.....	114
VI.5.3 Caractéristiques hydrodynamique de l'aquifère.....	123
VI.6 Etude hydrochimique	124
VI.6.1 Teneurs en chlorures	124
VI.6.2 Conductivité électrique	126
VI.6.3 Corrélation entre la conductivité et les résidus secs	127
VI.7 Localisation du biseau salé par l'investigation géophysique	129
VI.7.1 Travaux géophysiques réalisés dans la plaine de Oued Nador.....	129
VI.7.2 Carte de la différence de la résistance transversale.....	130
VI.8 Travaux antérieurs effectués dans la zone d'étude.....	132
VI.9 Conclusion	136
Chapitre VII : Localisation numérique du biseau salé dans l'aquifère côtier de Oued	
Nador	137
VII.1 Introduction	137
VII.2 Hypothèses simplificatrices de la simulation.....	137
VII.3 Modèle conceptuel	137
VII.3.1 Conditions aux limites	137
VII.3.2 Maillage de la structure.....	139
VII.4 Calage du modèle.....	140
VII.5 Simulation du biseau salé en 2012	145
VII.6 Prévion de l'état du biseau salée	148
VII.6.1 Scénario1	148
VII.6.2 Scénario 2	149
VII.7 Conclusion	151
Conclusion générale.....	152
Références Bibliographiques.....	157
Annexes.....	163

Nomenclature

n	: Porosité totale
n_e	: porosité efficace
V_{grav}	: volume d'eau gravitaire
V_{vide}	: volume des vides
V_t	: volume total
S_r	: degré de saturation
K_s	: perméabilité à saturation
k	: perméabilité intrinsèque du sol
d_{10}	: taille effective des grains solides
S_s	: Emmagasinement spécifique
S	: coefficient d'emmagasinement
S_y	: rendement spécifique
ρ	: densité de l'eau
ρ_d	: densité de l'eau douce
ρ_0	: densité de référence, prise généralement celle de l'eau douce (sans concentration)
ρ_s	: densité de l'eau salée
c	: concentration en chlorures de l'eau
c_s	: concentration en chlorures de l'eau de mer
\vec{u}	: Vecteur vitesse de Darcy (débit spécifique)
μ	: viscosité dynamique de l'eau
p	: pression interstitielle
g	: accélération de pesanteur
h	: charge hydraulique
Z	: élévation / niveau du référence
Re	: nombre de Reynolds
T_x, T_y	: Transmisivités dans les directions principales x, y
v	: vitesse moyenne de convection
D_m	: coefficient de diffusion moléculaire

- α_L : dispersivité longitudinale
- α_T : dispersivité transversale
- τ : paramètre de stabilisation de SUPG
- D_h : dispersion hydrodynamique
- Pe : nombre de Peclet
- Δ : différence de densité relative
- H_d : charge hydraulique d'eau douce
- H_s : charge hydraulique d'eau salée
- h : profondeur de l'interface par rapport au niveau de la mer
- ϕ : porosité du milieu poreux
- ε : coefficient du rapport de densités
- q_r, q_p : débits injecté et extrait respectivement

Liste des tableaux

Tableau I.1	composition de l'eau de la méditerranée d'éléments principaux en mg/l.....	13
Tableau I.2	classification des eaux selon leurs salinités exprimées en mg/l Chlorures.....	14
Tableau V.1	Jeu de données du problème.....	82
Tableau V.2	Données du problème.....	89
Tableau V.3	Jeu de données du problème.....	91
Tableau V.4	Paramètres du problème.....	97
Tableau IV.1	caractéristiques des stations hydrométriques.....	105
Tableau VI.2	précipitations moyennes mensuelles et annuelles.....	107
Tableau VI.3	Températures moyenne et extrêmes dans la station de Boukourdane.....	107
Tableau VI.4	Valeurs de l'humidité relative de la station de Boukourdane (1988 -2012)...	107
Tableau VI.5	Valeurs moyennes mensuelles de l'évaporation mesurée au niveau de la station de Boukourdane (1988-2012).....	108
Tableau VI.6	Récapitulatif des valeurs de l'ETR.....	109
Tableau VI.7	Paramètres hydrodynamique de l'aquifère côtier de l'Oued Nador.....	123
Tableau VI.8	Conductivité électrique et de la différence de la Résistance électrique mesurées. Avril, 2012.....	131
Tableau VII.2	caractéristique du maillage.....	140
Tableau VII.3	données hydrodynamique de la nappe de l'Oued Nador.....	141
Tableau VII.4	: Conditions aux limites du problème.....	142

Liste des figures

Figure I.1 Représentation d'un milieu poreux.....	4
Figure I.2 Types d'aquifère.....	6
Figure I.3 Courbe granulométrique cumulative.....	7
Figure I.4 Types de porosité pour différents types de sols.....	8
Figure I.5 Notion de la charge piézométrique.....	11
Figure I.6 charges piézométriques à différents densités.....	11
Figure I.7 densité de l'eau en fonction de la concentration en chlorure et de la température	13
Figure I.8 phénomène de dispersion.....	19
Figure I.9 hétérogénéité du champ d'écoulement à l'échelle microscopique.....	20
Figure I.10 Evolution du coefficient de dispersion hydrodynamique en fonction de la valeur du nombre de Peclet microscopique.....	22
Figure I.11 biseau salé sous équilibre hydrostatique.....	23
Figure II.1 Biseau salé, principe de Badon - Ghyben – Herzberg.....	27
Figure II.2 Modèle à interface abrupte du biseau salé.....	30
Figure II.3. Interface abrupte dans une nappe captive.....	31
Figure II.4 problème de Glover.....	32
Figure II.5 Interface abrupte dans une nappe libre.....	34
Figure II.6 Problème de Strack.....	35
Figure II.7 positions de l'interface du biseau salé selon le modèle de Strack.....	36
Figure II.8 vue d'une coupe verticale de l'interface le long du plan $y=0$	37
Figure II.9 Phénomène d'Upconning selon Bear et Dagan.....	38
Figure II.10 Intrusion marine avec zone de transition dans un aquifère côtier a) aquifère monocouche libre b) aquifère bicouche.....	40
Figure II.11 Zone de transition dans un aquifère phréatique.....	40
Figure II.12 Limites du domaine de notre modèle.....	43
Figure II.13 Conditions aux limites du problème.....	46
Figure III.1 Transformation de l'élément de référence en élément réel.....	53
Figure III. 2 Organigramme de calcul du code Sharpint.....	62
Figure III.3 Etapes d'exécution du code de calcul Sharpint.....	65
Figure IV.1 fonctions de pondération de la méthode SUPG d'après Hughes.....	68

Figure IV.2: Longueur caractéristique pour un élément fini quadrilatéral isoparamétrique	75
Figure IV.3 : Algorithme du code de calcul Seawint.....	77
Figure IV.4 Structure de code de calcul Seawint.....	79
Figure V.1. Conditions aux limites du problème.....	81
Figure V.2. Résultats de simulation en régime permanent (absence du pompage).....	82
Figure V.3 potentiels calculés à l'aide du programme Sharpint et potentiels analytiques de Strack en petits cercle.....	84
Figure V.4. Résultats de simulations en régime permanente en présence d'un puits de pompage à $Y=0$	85
Figure V.5. Potentiels de Strack en présence d'un puits de pompage avec un débit de $300\text{m}^3/\text{j}$	86
Figure V.6. Influence de la recharge sur la position de l'interface eau douce eau salée..	87
Figure V.7. Potentiels en présences d'un puits de pompage et d'un puits de recharge...	88
Figure V.8. Interface abrupte dans une nappe captive en régime permanent.....	89
Figure V.9 Domaine et conditions aux limites du problème.....	91
Figure V.10. Résultats de simulation en régime permanent de la Profondeur de la zone salée en petits cercle (nos résultats) et en lignes continues concentration relatives en chlorure.....	92
Figure V.11. Comparaison de nos résultats avec les résultats de simulation Effectuée à l'aide du logiciel Modflow.....	93
Figure V.12. Domaine et conditions aux limites du problème.....	94
Figure V.13. Contours d'iso concentrations relatives en chlorures après 10 ans de pompage.....	94
Figure V.14. Contours d'isopièzes après 10 ans de pompage.....	95
Figure V.15 variation spatiotemporelle de l'interface abrupte dans la section $x=500\text{m}$...	95
Figure V.16. Conditions aux limites du problème.....	96
Figure V.17 Contours d'isopièzes a) et d'isochlorures b) en Régime permanent.....	97
Figure V.18 résultats de simulation en régime permanent avec une recharge de $0.1\text{m}/\text{an}$	98
Figure V.19 contours d'isopièzes a) et d'isochlorures b) en régime permanent avec une recharge de $0.3\text{m}/\text{a}$	99
Figure V.20 contours d'isopièzes et d'isochlorures en régime permanent pour un débit	

d'exploitation de 100m ³ /j.....	99
Figure V.21 contours d'isopièzes et d'isochlorures en régime permanent pour un débit d'exploitation de 200m ³ /j.....	100
Figure V.22 contours d'isopièzes et d'isochlorures en régime permanent pour un débit d'exploitation de 400m ³ /j.....	100
Figure V.23 contours d'isopièzes et d'isochlorures en régime permanent pour un débit d'exploitation de 400m ³ /j placé en x=600m, y=200m.....	101
Figure V.24 contours d'isopièzes et d'isochlorures en régime permanent pour un débit d'exploitation de 400m ³ /j placé en x=300m, y=600m.....	101
Figure V.25 : contours d'isochlorures initiaux après le pompage en régime permanent.....	102
Figure V.26 contours d'isopièzes a) et d'isochlorures b) après recharge naturelle de 0.1mm/an	103
Figure VI.1 Situation géographique de la zone d'étude.....	106
Figure.VI.2 Extrait de la carte géologique à 1/50.000 de Tipaza.....	110
Figure.VI.3 : Coupes montrant les ensembles lithologiques.....	114
Figure VI.4 : Carte d'isopaques du réservoir utile.....	115
Figure VI.5 Carte d'égales profondeurs du mur du réservoir utile.....	116
Fig.VI.6 : Carte d'inventaire des points d'eau de la nappe alluviale de l'Oued Nador...	117
Figure VI.7: carte piézométrique de la basse vallée de Oued Nador pour l'année 1974 ..	118
Figure VI.8 : carte piézométrique de la basse vallée d'oued Nador pour l'année 1988...	119
Figure VI.9 : carte piézométrique de la basse vallée d'oued Nador pour l'année 1995...	120
Figure VI.10 : carte piézométrique de la basse vallée d'oued Nador.....	121
Figure VI.11 : Carte piézométrique de la basse vallée d'oued Nador.....	122
Figure VI.12: Niveau piézométrique dans certains puits et dans le temps.....	123
Figure VI.13 Carte d'isochlorures des eaux souterraines de la basse vallée de Oued Nador(Avril 1995).....	125
Figure VI.14 Carte d'isochlorures des eaux souterraines de la basse vallée d'Oued Nador (Avril 2011).....	126
Figure VI.15 Carte d'égales conductivités électriques des eaux souterraines de la basse vallée d'Oued Nador (Avri 1995).....	127
Figure VI.16 Carte d'égales conductivités électriques des eaux souterraines de la basse vallée de l'Oued Nador (Avril 2011).....	128

Figure VI.17 courbe de corrélation entre la conductivité et les résidus secs des eaux souterraines de l'Oued Nador.....	129
Figure VI.18 Carte de la différence de la résistivité transversale.....	131
Figure VI.19 Courbe de corrélation entre la conductivité et la différence de la résistance transversale.....	132
Figure VII.1 limites de la nappe sur fond géologique.....	138
Figure VII.2 conditions aux limites.....	139
Figure VII.3 Maillage de la nappe de l'oued Nador.....	140
Figure VII.4 contours d'isopièzes simulés et mesurés pour l'année 95.....	143
Figure VII.5 carte d'égales épaisseurs d'eau salée après 14 ans (1995).....	144
Figure VII.6 variation de l'épaisseur d'eau salée avec la distance de la mer sur la coupe F'F.....	145
Figure VII.7 Contours d'égales épaisseurs d'eau salée simulée pour l'année 2012	146
Figure VII.8 variation de l'épaisseur d'eau salée en fonction de la distance de la mer pour l'année 2012.....	147
Figure VII.9 Contours d'égales épaisseurs d'eau douce 2012.....	147
Figure VII.10 Epaisseur d'eaux salées après 10ans d'arrêt d'exploitation de la nappe (scénario1).....	148
Figure VII.11 contours d'égales épaisseurs d'eau salée en 2021 avec l'exploitation de F3 et F5 seulement (scénario2).....	149
Figure VII.12 contours d'égales épaisseurs d'eau salée en 2031 avec l'exploitation de F3 et F5 seulement (scénario2).....	150

Introduction générale

Introduction générale

L'eau est un élément indispensable à la vie, même est un facteur important pour le développement des pays dans les domaines d'industrie, d'agriculture et de tourisme.

70 % de la superficie de la terre est occupée par l'eau avec seulement 2.5 % de qualité douce, et dont 22 % provient des eaux souterraines. Ces dernières en général sont de bonne qualité et constituent la principale source pour l'alimentation en eau potable contre les eaux de surface qui nécessitent un traitement de potabilisation avant leur consommation.

L'augmentation de la demande en eau pour les différentes activités humaines, les rejets domestiques et industriels non contrôlés, l'utilisation excessive des fertilisants chimiques conduisent avec le temps à la détérioration de la qualité des eaux souterraines.

Plusieurs zones côtières connaissent dans ces dernières années un accroissement de la population qui exerce pour ses activités des besoins en eau importants. En effet 70% de la population mondiale s'installe dans les régions côtières où les sources de vie sont disponibles (industrie, agriculture, pêche, tourisme). Il est difficile d'assurer les besoins en eau pour cette population, pour ce faire on recourt à la surexploitation des eaux souterraines. Avec le changement climatique et le déficit en pluviométrie enregistrés dans les dernières vingtaines d'années surtout dans les zones arides et semi arides conduisent à la détérioration de la qualité de ces eaux en augmentant leur salinité par l'intrusion des eaux de mer.

Dans un aquifère côtier les deux fluides eaux douces et eaux salées se trouvent en équilibre hydrostatique. Sous certaines conditions comme le cas de pompage excessif, peut créer un déséquilibre entre les deux liquides et favorise l'avancement des eaux de mer à l'intérieur de l'aquifère suite à une diminution du niveau piézométrique de l'eau douce. D'après le principe de densité, les eaux de mer se trouvant au dessous des eaux douces s'étendent à l'intérieur de la nappe formant ainsi le biseau salé. L'avancement des eaux de mer à l'intérieur de la nappe engendre la salinisation des forages d'exploitation qui seront fermés et abandonnés créant ainsi un déficit de la production d'eau potable où d'eau pour l'irrigation.

Plusieurs aquifères côtiers du monde sont affectés par le problème de l'intrusion marine on cite à titre d'exemples : en Espagne (Esterella, 2004), en pays Bas (Oude Essink, 2000), en Turquie (Basdurak, 2004, Hassan, 2004), en Tunisie (Fillion et al., 1996), et au Maroc (Lakfifi et al., (2004)).

L'Algérie faisant partie des pays semi arides n'a pas été loin de l'effet du problème de l'intrusion marine. En effet, plusieurs cotes à travers le pays sont touché par le biseau salé à savoir à l'Est : la wilaya de Annaba (Djabri et al., 2006), à l'Ouest : la wilaya d'Oran (Mansour et al., 2012) et au centre : la baie d'Alger (Toubal, 1998) et Tipaza (Bouderbala, 2015).

La nappe côtière de l'Oued Nador située au centre de l'Algérie et appartenant administrativement à la wilaya de Tipaza a été l'objet de plusieurs travaux de recherche en vue d'étudier l'intrusion marine dans cette nappe. Ces travaux ont commencé par Mesbah (1981) et se sont terminés récemment par Bouderbala (2015).

A travers ces études il s'est avéré que l'aquifère côtier de Oued Nador est très touché par le problème de l'intrusion marine du fait que plusieurs forages surtout ceux qui sont proche de la cote ont été fermés et abandonnés après leur salinisation.

La modélisation numérique de l'intrusion marine constitue un outil de gestion intégré des aquifères côtiers. En effet, avec la simulation on peut déterminer les conditions optimales d'exploitation de l'aquifère sans risque d'engendrer une éventuelle intrusion marine. Grâce à la simulation on peut déterminer le débit, le nombre et la position des forages installés dans l'aquifère. On peut notamment prévoir l'évolution future spatiotemporelle du biseau salé dans l'aquifère en modifiant les conditions aux limites imposées sur les frontières de l'aquifère.

Il existe deux modèles décrivant l'intrusion marine, l'un repose sur l'interface eau douce eau salée (Sharp interface model) et l'autre basé sur zone de transition où hydrodispersif (convection – diffusion model).

En examinant les derniers résultats d'étude de l'intrusion marine par la méthode géophysique réalisée par Bouderbala en 2012 sur l'aquifère côtier d'oued Nador, la limite du biseau salé a atteint une distance de 1700m loin de la cote contaminant les forages F1, F2 et F6 qui sont actuellement à l'arrêt.

Pour confirmer ces résultats, la présente étude a pour objectif :

- Développer des codes de calcul du biseau salé basés sur les deux approches à interface abrupte et avec zone de transition.
- Description géologique, hydrologique, hydrogéologique et hydrochimique de l'aquifère de Oued Nador
- Appliquer le code de calcul basé sur l'interface abrupte sur l'aquifère de Oued Nador en vue de déterminer la position de l'interface eau douce eau salée et la comparer avec celle trouvée par l'application de la géophysique.

- Faire la prévision de l'intrusion marine en proposant des différents scénarios probables.

Pour atteindre ces objectifs notre travail est fondé sur sept chapitres, une introduction générale et une conclusion générale:

L'introduction générale présentera les causes de l'intrusion marine dans un aquifère côtier et l'importance de la modélisation dans la bonne gestion des aquifères côtiers sans risque du biseau salé.

Le premier chapitre est consacré à présenter des généralités sur les caractéristiques physiques et hydrodynamiques des aquifères, les propriétés physicochimiques des eaux et également le phénomène de transport dans le milieu poreux (convection –diffusion).

Dans le deuxième Chapitre nous présenterons les deux modèles mathématiques utilisés pour décrire l'intrusion marine à savoir le modèle basé sur l'interface abrupte et l'autre basé sur zone de transition. Nous allons aussi présenter les solutions analytiques du problème du biseau salé tels que la solution de Badon-Ghyben-Herzberg , la solution de Glover et la solution de Strack.

Le troisième chapitre traitera la modélisation numérique du biseau salé en se basant sur le modèle mathématique à interface abrupte. La méthode des éléments finis est utilisée pour discrétiser les équations aux dérivées partielles du modèle mathématique.

Le quatrième chapitre traitera également la modélisation numérique par éléments finis de l'intrusion marine basée sur l'approche zone de transition (modèle hydrodispersif).

Le cinquième chapitre aura pour but de valider les deux codes ainsi développés en les appliquant sur des cas nappes libres et captives côtières et comparer les résultats de simulation soit avec les solutions analytiques où avec des logiciels de simulations commerciaux.

Le sixième chapitre est consacré à la description de la zone d'étude qui est la nappe de l'Oued Nador (Tipaza) où on s'intéressera à la piézométrie et à l'hydrochimie des eaux de la nappe.

Le septième chapitre est consacré à la simulation de l'intrusion marine dans l'aquifère côtier de Oued Nador en appliquant le code de calcul 'Sharpint' basé sur l'approche interface abrupte.

CHAPITRE I

Généralités sur l'écoulement et
phénomène de transport en milieux poreux

Chapitre I

Généralités sur l'écoulement et phénomène de transport en milieux poreux

I- 1 NOTIONS DE BASE

Dans ce chapitre on va présenter les quelques notions de base qui interviennent dans la description des écoulements et phénomène de transport en milieux poreux.

I.1. 1 Définition du milieu poreux

Un milieu poreux est un système comprenant trois phases que l'on retrouve dans la nature : solide, liquide et gazeuse figure I.1. La phase solide est représentée par les particules du sol, la phase liquide par l'eau du sol et la phase gazeuse par l'air du sol (Hillel, 1988)

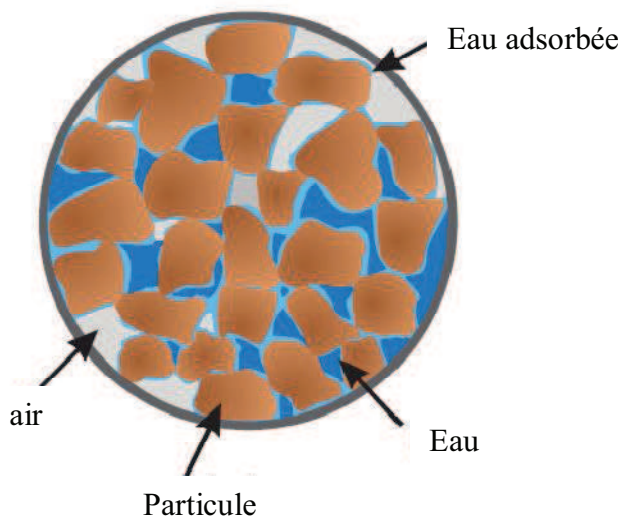


Figure I.1 Représentation d'un milieu poreux (Hillel, 1988)

I.1.2. Types d'écoulements dans le milieu poreux :

I.1.2.1 Ecoulement saturé:

Écoulement en milieu poreux saturé avec une porosité effective totalement remplie d'eau.

I.1.2.2 Ecoulement non-saturé:

Écoulement en milieu non saturé, la porosité étant seulement partiellement remplie d'eau et le reste d'air, c'est un écoulement qui se fait dans la frange capillaire. Dans ce type d'écoulement les paramètres hydrodynamiques perméabilité relative et teneur en eau sont fonction de succion (pression interstitielle négative).

I.1.2.3 Ecoulement variablement saturé à surface libre:

L'eau s'écoule dans un milieu partiellement saturé, i.e., contenant des zones saturées et d'autres zones non saturées séparées par une surface libre. Leur distribution spatiale peut évoluer dans le temps, e.g. écoulement partiellement saturé avec front infiltration descendant vers la surface libre d'une nappe (Vauclin *et al.* 1979), écoulement dans un barrage en terre (Hachemi 2000, Humbert, 1984).

I.1.2.4 Ecoulements à densité variable en milieux poreux :

Un écoulement en milieu poreux est à densité variable lorsque la densité varie dans l'espace et dans le temps, notamment à travers d'autres variables d'état (telles que concentration, température, etc.) (Al Bitar, 2007). On s'intéresse ici au cas de l'intrusion saline en nappe côtière, où la concentration de l'eau en sel affecte l'écoulement. L'eau est le fluide porteur (solvant), et le sel est le soluté. Ce problème pourrait être décrit par deux équations : une équation d'écoulement d'eau et une équation de transport advectif / diffusif de sel. Cependant, on peut mettre en œuvre une version simplifiée en utilisant l'hypothèse « interface abrupte ».

I.1.2.4 Ecoulements à densité variable en milieux poreux avec hypothèse d'interface abrupte:

Dans le modèle d'interface abrupte, on considère un écoulement à densité variable défini par deux zones fluides de densités distinctes séparées par une interface abrupte. En effet, à grande échelle et pour de faibles contrastes de densité (aquifères côtiers), et étant donné la variabilité temporelle des forçages hydrologiques (marées, précipitations, etc.), l'épaisseur de la zone de transition due à la diffusion pure de sel entre l'eau de mer et l'eau douce est relativement petite par rapport à la taille du domaine, et par rapport à la variabilité importante due à l'hétérogénéité intrinsèque du milieu. C'est cette approche « interface abrupte » qui est utilisée dans le cadre de cette thèse, l'une verticalement intégrée, et l'autre, relativement novatrice, tridimensionnelle.

I.1.3 Définition d'un aquifère

Un aquifère est définie comme étant une unité géologique saturée au moins une partie d'eau qui circule dans un matériau suffisamment perméable pour permettre l'écoulement significatif d'une nappe souterraine et le captage de quantités d'eau appréciables.

I.1.4 Types d'aquifère:

On peut classer les aquifères selon les critères piézométriques comme suit:

- a) Les nappes libres;
- b) Les nappes captives;
- c) Les nappes nappe semi-captive.

I.1.4.1 Les nappes libres (phréatiques):

Dans une nappe libre, la surface piézométrique peut, en fonction des conditions climatiques et de la recharge de la nappe par les précipitations, fluctuer " librement " dans la formation aquifère considérée car celle-ci s'étend au-dessus de la surface piézométrique

I.1.4.2 Les nappes captives:

Dans une nappe captive, la formation aquifère est surmontée d'une couche imperméable. Son niveau piézométrique s'équilibre systématiquement au-dessus du toit de la formation aquifère. Parfois, le niveau piézométrique est supérieur à la cote altimétrique du sol créant, si une connexion est établie (notamment par forage), un phénomène d'artésianisme.

I.1.4.3 les nappes semi-captives:

Le terme de nappe semi-captive est utilisé lorsque l'aquifère est surmonté d'une couche de plus faible perméabilité ou semi-perméable.

La figure I.2 présente les trois types d'aquifères cités ci-dessus.

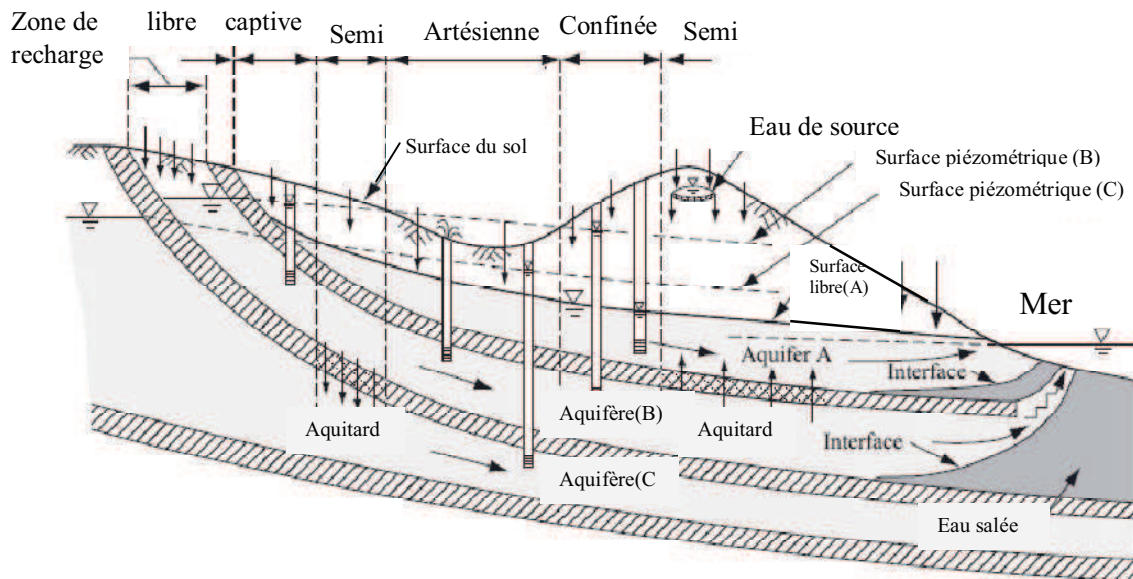


Figure I.2 Types d'aquifère (extrait de Bear & Cheng, 2010) modifiée par l'auteur

I.1.5 Caractéristiques d'un milieu poreux

I.1.5.1 Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Un volume élémentaire représentatif est un volume pour lequel les propriétés caractéristiques moyennes (comme la porosité, la perméabilité dans le cas d'un milieu poreux) peuvent être déduites.

En réalité un milieu poreux est constitué de grains solides et vides pour lesquelles il n'est pas possible d'attribuer des notions comme la porosité et la perméabilité qu'à partir d'une échelle supérieure de plusieurs ordres de grandeur à l'échelle des pores. Le choix du VER doit donc répondre aux critères suivants (De Marsily, 1994) :

- Le VER doit contenir un grand nombre de pores afin d'avoir une moyenne globale significative;

- Le VER doit être suffisamment petit pour que les variations des propriétés d'un domaine au domaine voisin puissent être approchées par des fonctions continues pour pouvoir introduire l'analyse infinitésimale, sans introduire d'erreur décelable par les instruments de mesure à l'échelle macroscopique.

I.1.5.2 La granulométrie

L'analyse granulométrique permet non seulement d'accéder à la géométrie du milieu mais également de classer quantitativement les milieux poreux et de calculer des paramètres granulométriques. Les dimensions des grains s'étalent sur toute une gamme, en général continue. L'analyse granulométrique a ainsi pour but de trier par tamisage les grains en fourchettes de diamètres conventionnels. Le couple de données granulométriques, diamètre et poids, obtenu après tamisage, est porté sur un graphique constituant la courbe granulométrique cumulative (Figure I.3).

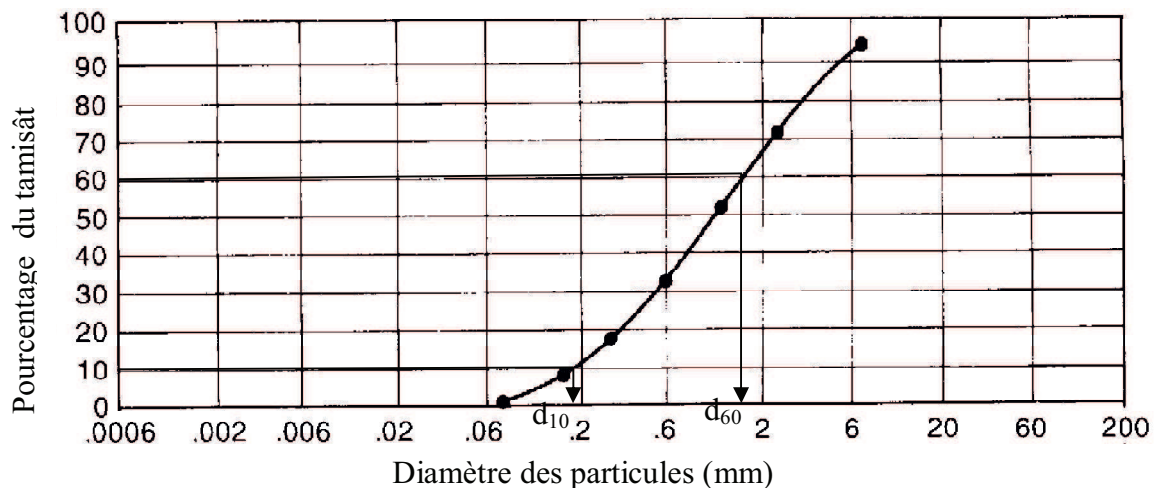


Figure I.3 Courbe granulométrique cumulative.(Todd & Mays, 2005)

I.1.5.3 Calcul du diamètre efficace, d_{10} et du diamètre d_{60} .

Cette courbe permet de calculer notamment deux paramètres : le diamètre effectif et le coefficient d'uniformité.

Le diamètre efficace ou diamètre d_{10} (en mm) est la valeur lue en abscisses correspondant au pourcentage de 10% en poids cumulé du tamisât.

Le coefficient d'uniformité U est calculé par l'expression :

$$U = d_{60}/d_{10} \quad (I.1)$$

Par convention, si U est compris entre 1 et 2, la granulométrie est dite uniforme (Todd & Mays, 2005)

I.1.5.4 Porosité totale n: rapport du volume des vides au volume total V_t du sol

$$n = \frac{V_{\text{vide}}}{V_t} \quad (\text{I.2})$$

I.1.5.5 Porosité efficace :

Par ailleurs, on définit une porosité efficace, ou porosité libre en relation avec la définition de l'eau libre par le rapport du volume d'eau gravitaire (V_{grav}) que peut libérer le milieu poreux sous l'action des seules forces de gravité au volume total (V_t).

$$n_e = \frac{V_{\text{grav}}}{V_t} \quad (\text{I.3})$$

V_{grav} : Volume d'eau gravitaire [L^3]

V_t : Volume total [L^3]

La figure I.4 illustre les courbes des différentes porosités en fonction du diamètre efficace des grains.

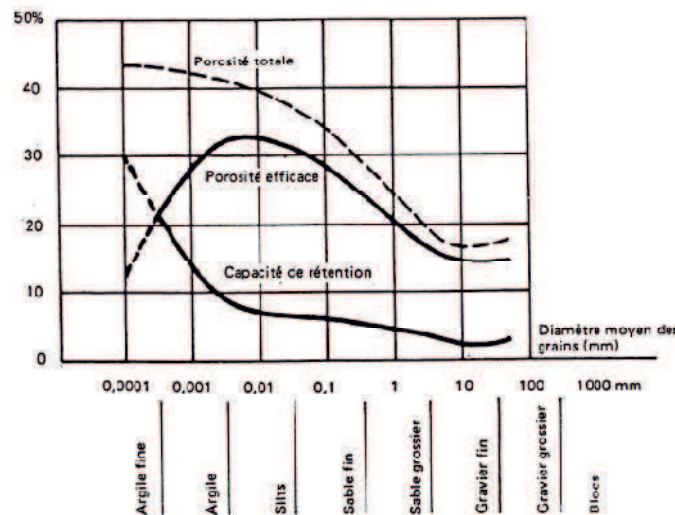


Figure I.4 Types de porosité pour différents types de sols (De Marsilly, 1994)

I.1.5.6 Teneur en eau volumique θ (m^3 / m^3) : rapport du volume de l'eau V_{eau} contenue dans les pores (ou vides) du sol, au volume total V_t du sol considéré :

$$0 < \theta = \frac{V_{\text{eau}}}{V_t} < 1 \quad (\text{I.4})$$

I.1.5.7 Saturation S_r : rapport du volume d'eau au volume des vides dans le sol:

$$S_r = \theta/n \quad (\text{I.5})$$

Pour un sol saturé $S_r=1$

I.1.5.8 La conductivité hydraulique et la perméabilité intrinsèque:

La conductivité à saturation K_s peut s'exprimer sous la forme d'un produit de deux facteurs, l'un dépendant des caractéristiques du fluide (l'eau), l'autre dépendant uniquement des

caractéristiques de la phase solide et traduisant la facilité avec laquelle le sol se laisse traverser par les fluides, appelée perméabilité intrinsèque k (m^2) :

$$K_s = \frac{\rho g}{\mu} k = \frac{g}{v} k \quad (I.6)$$

Où v et μ sont respectivement les viscosités cinématique (m^2/s) et dynamique ($kg/m/s$) de l'eau.

La perméabilité intrinsèque est caractéristique des grains du sol. Il existe plusieurs formules empiriques permettant de la quantifier :

- Formule de Hazen :

$$k = C \cdot d_{10}^2 \quad (I.7)$$

Krumbein et Monk (1943) ont proposé $C = 6.17 \times 10^{-4}$. (Bear, 1979)

- Formule de Carman Kozeny :

$$k = c \cdot d^2 \frac{n_e^3}{(1 - n_e)^2} \quad (I.8)$$

$c=0.2$ (Bear, 1979)

d_{10} : taille effective des grains solides (L)

d : taille moyenne des grains solides (L)

n_e : porosité efficace

En milieu poreux non saturé, la conductivité hydraulique est fonction de la teneur en eau Θ $K(\Theta)$. Il existe plusieurs formules empiriques exprimant la conductivité en fonction de la teneur en eau (Vauclin et al., 1979).

I.1.5.9 Coefficient d'emménagement :

Une caractéristique hydraulique importante d'un aquifère est la connaissance du volume d'eau libéré ou emmagasiné par unité de surface à la variation de charge correspondante: C'est le coefficient d'emménagement : S.

Physiquement, on le définit (équation I.9) comme la quantité d'eau libérée (eau gravitaire) d'un prisme vertical de $1 m^2$ de base et de la hauteur de l'aquifère sous une variation unitaire de la charge hydraulique ($\Delta h=2-1=1$).

S s'exprime en %.

S se mesure par essai de pompage.

Dans un aquifère libre, l'eau est libérée par l'action des forces de gravité (drainage). Le coefficient d'emménagement S est égal en pratique, à la porosité efficace (la porosité

résiduelle concerne l'eau de rétention). Les valeurs usuelles vont de 1% pour certains limons et jusqu'à 30- 40% pour les alluvions grossiers bien lavés.

Dans un aquifère captif ou semi- captif, l'expulsion de l'eau est le résultat de la compression de l'aquifère et de la baisse du niveau statique lors du pompage provoquant une baisse de pression, une détente élastique et une déformation du solide libérant l'eau (actions d'élasticité de l'eau et du solide). Les modules d'élasticité étant faibles, le volume d'eau libéré est beaucoup plus petit, à caractéristiques égales, que pour les nappes libres. Le coefficient d'emmagasinement S est ici de 100 à 1 000 fois (voir 10 000 fois) plus petit. Les valeurs usuelles se situent entre 0,1 et 0,01 % (De Marsilly, 1994)

Dans le cas des nappes captives, S est égale au produit de l'emmagasinement spécifique S_s et de l'épaisseur de l'aquifère e .

$$S = S_s \cdot e \quad (I.9)$$

Où l'emmagasinement spécifique représente le volume d'eau que peut produire une unité de volume d'aquifère, soumis à un changement unitaire de la charge hydraulique.]

Le coefficient d'emmagasinement peut être calculé à partir de la formule suivante (Bear, 1979):

$$S = \rho \cdot g \cdot e (\alpha + n\beta) = S_s \cdot e \quad (I.10)$$

Où

S : Coefficient l'emmagasinement (sans unité)

α, β : Compressibilité du matériau de l'aquifère et de l'eau (m^2 / N).

S_s : Coefficient l'emmagasinement spécifique (L^{-1}).

e : épaisseur de l'aquifère saturé (L).

I.1.5.10 Le coefficient de production spécifique (Specific yield):

Il est défini seulement pour les aquifères libres par la relation suivante (Bear, 1979):

$$S_y = S - e \cdot S_s \quad (I.11)$$

Où S_y : C'est la production spécifique, elle est égale à la porosité de drainage

I.1.6 Notion de la charge hydraulique

En hydrogéologie il est plus commun de remplacer la pression par la charge hydraulique équivalente. Bien que plus appropriée pour la modélisation de l'écoulement de l'eau dans des systèmes à densité constante, elle est appliquée aussi aux systèmes à densité variable et les systèmes multiphasiques.

La charge hydraulique totale H (piézométrique) est donnée par la somme du potentiel de pression relatif à la pression de l'air h et du potentiel gravitaire :

$$H = h + z \quad (I.12)$$

où :

$h = \frac{p}{\rho g}$ est le potentiel de pression interstitielle [L].

p : pression interstitielle (pa)

ρ : masse volumique de l'eau (kg.m^{-3})

g : accélération de pesanteur (m.s^{-2})

z : élévation par rapport au niveau de référence

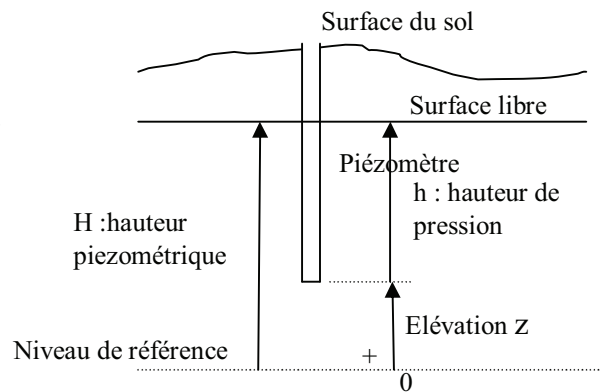


Figure I.5 : Notion de la charge piézométrique

Le potentiel de pression « h » mesure la différence, exprimée en mètres d'eau, entre la pression de la phase liquide (l'eau) et celle de la phase gazeuse (l'air).

Si on a un changement de densité au sein d'aquifère par exemple présence d'une zone saline au dessous d'une zone douce.

Les niveaux piézométriques sont différents dans deux piézomètres, l'un installé dans la zone d'eau douce et l'autre dans la zone d'eau salée voir figure (I.6).

Position des piézomètres

Charge piézométriques

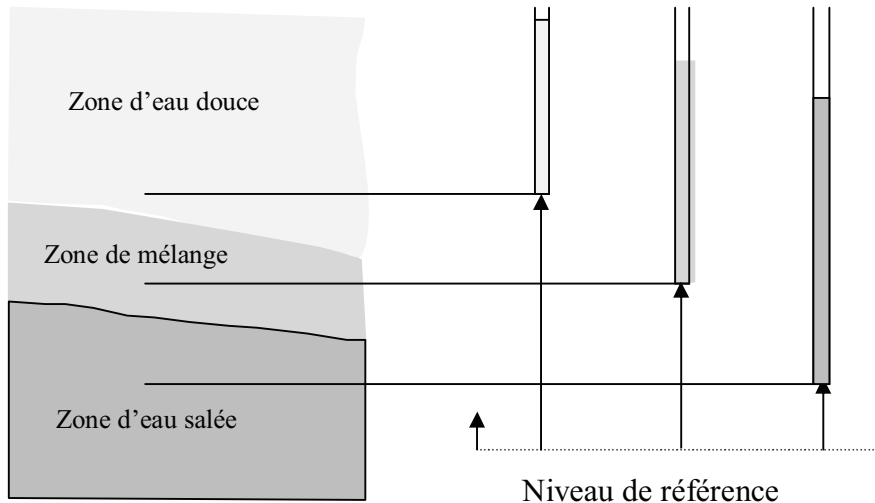


Figure I.6 charges piézométriques à différents densités
Source (Oude Essink , 2001)

I.1.7 Homogénéité – hétérogénéité et isotropie – anisotropie des aquifères

La variabilité spatiale de la conductivité hydraulique k dépend de deux facteurs, la position et l'orientation de l'écoulement.

Les termes homogénéité et hétérogénéité sont utilisés pour se référer à la position dont k dépend. Similairement, les termes isotropie et anisotropie font référence à l'orientation dont dépend la conductivité hydraulique k .

Si k est constante en tout point de l'aquifère, la formation est dite homogène par rapport à k si non elle est dite hétérogène.

Une formation est dite isotrope si la conductivité hydraulique en tout point est la même dans toutes les directions (x,y,z) dans le cas contraire elle est dite anisotrope.

Par conséquent, le sol peut être homogène isotrope ou homogène anisotrope. Comme il peut être hétérogène isotrope ou hétérogène anisotrope.

I.1.8 Les caractéristiques physico -chimiques de l'eau :

L'eau a des caractéristiques physiques qui varient en fonction de la température, la concentration en sels (salinité) et la pression. Parmi ces caractéristiques on cite la densité et la viscosité. Ces deux paramètres sont plus importants pour décrire l'écoulement à densité variable.

I.1.8.1 La densité : La densité doit être considérée comme une fonction de la pression, de la température du fluide et de la concentration de solides dissous:

$$\rho = f(p, T, C)$$

Où : ρ : densité (M/L^3) , p : pression ($ML^{-1}T^{-2}$), T : température ($^{\circ}C$)

C : salinité ou matières totales dissoutes (MTD) (mg/l)

L'influence de la pression peut être négligée dans des circonstances données pour la plupart des systèmes hydrogéologiques (Oude Essink, 2001). En outre, l'influence de la température sur la masse volumique est d'une importance mineure comparée à l'influence de la concentration en sels dissous à l'intérieur des systèmes hydrogéologiques qui est grande, voir figure. I.8. Par conséquent, la densité de l'eau souterraine est souvent liée à la concentration de solides dissous, tandis que la température est considérée constante. En général, lorsque la qualité de l'eau souterraine est en question, la matière totale dissoute MTD est considérée. La concentration en solides dissous est formée d'ions négatifs (anions) et d'ions positifs (cations), voir tableau I.1. Par exemple, l'eau de mer se compose de 11 éléments principaux.

Dans la modélisation du transport de soluté on s'intéresse souvent à la concentration en chlorures. La salinité des eaux de mer peut être exprimée en termes de concentration en chlorures.

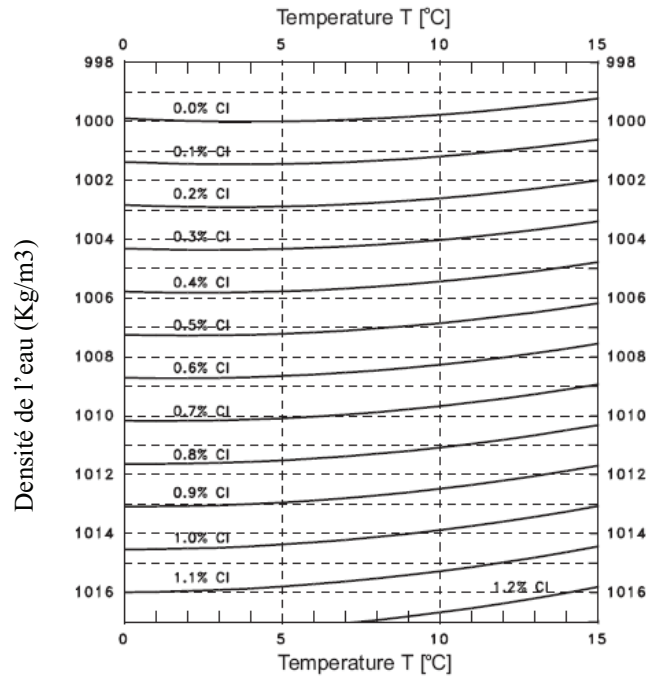


Figure I.7 densité de l'eau en fonction de la concentration en chlorure et de la température (ILRI, 1972) cité par (Oude Essink, 2001)

La concentration maximale admissible du chlorure dans l'eau potable est 250mg/ selon l'OMS

Tableau I.1 : Composition de l'eau de la méditerranée d'éléments principaux en mg/l (Bouderbala, 2015)

Ion	Stumm et Morgan (1981)	Lloyd et Heathcote (1985)	Custodio et Bruggeman (1987)	Drever (1988)	Klein et al. (1999)	Rich (2011)
Cl ⁻	19354	19000	18000-21000	19350	21400	20900
HCO ₃ ⁻	142	142	70-150	142	145	-
SO ₄ ²⁻	2712	2700	2500-2900	2710	3060	2965
Na ⁺	10770	10500	10000-11800	10760	11600	10945
K ⁺	399	380	350-440	399	390	410
Ca ²⁺	412	400	380-440	411	416	441
Mg ²⁺	1290	1350	1100-1400	1290	1295	1371

Dans les eaux souterraines des nappes côtières, le suivi de la concentration des matières totales dissoutes revient à suivre l'évolution de l'ion chlorure Cl⁻ qui est le plus dominant.

La classification des eaux souterraines vis-à-vis leur salinité est faite selon leur concentration en chlorure, le tableau I.2

Tableau I.2 classification des eaux selon leurs salinités exprimées en mg/l Chlorures. Stufzand(1993) cité par Oude Essink (2001)

Type d'eau souterraine	Concentration en Chlorure (mg/l)
Très douce	0 - 5
Très douce - douce	5 - 30
Douce	30 - 150
Douce – peu saline	150 - 300
Peu saline	300 - 1000
Peu Saline – saline	1000 - 10000
Saline	10000 - 20000
Très saline ou saumâtre	≥ 20.000

I.1.8.2 Viscosité

La viscosité de l'eau varie en fonction de la température T et de la salinité Sa. Cependant, l'influence de la température est limitant (Huyakorn & Pinder, 1977).

$$\mu = f(T) = (2.394 \times 10^{-5}) \times 10^{\frac{248.37}{T+133.15}} \quad \text{Kg/m.s} \quad (1.13)$$

On note que cette équation est valable si la température T est inférieure à 100°C.

I.1.9 Equation d'état

De nombreuses formules de conversion liant la densité à la concentration en chlorure, à la température et à la pression, existent dans la littérature, voir par exemple Sorey (1978), Weast (1982), Voss (1984), Holzbecher (1998). L'équation I.14 s'appelle l'équation d'état c'est une relation linéaire entre la concentration en chlorure et la densité.

$$\rho(c) = \rho_d \left(1 + \varepsilon \frac{c}{c_s} \right) \quad (I.14)$$

$\rho(c)$: densité de l'eau souterraine de concentration c (M.L⁻³)

ρ_d : densité de référence, prise généralement celle de l'eau douce (sans concentration) (M.L⁻³)

ρ_s : densité de l'eau salée (M.L⁻³)

$\varepsilon = (\rho_s - \rho_d) / \rho_d$: rapport des densités

c : concentration en chlorures de l'eau (mg Cl⁻¹/l)

c_s : concentration de l'eau salée (mg Cl⁻¹/l)

La salinité (S_a) peut être évaluée en fonction de la concentration en chlorure par la relation suivante (Oude Essink, 2001) :

$$c = 0.554.S_a \quad (I.15)$$

Pour une eau de l'Océan, les valeurs suivantes peuvent être utilisées :

$$\rho_d = 1000 \text{kg/m}^3, \rho_s = 1025 \text{kg/m}^3, c_s = 19300 \text{mgCl}^{-1}/\text{l}, \text{MTD} = 34500 \text{mg/l}.$$

$$\text{pour la mer méditerranée } \rho_s = 1025 \text{kg/m}^3, c_s = 22000 \text{mgCl}^{-1}/\text{l}, \text{MTD} = 45000 \text{mg/l}$$

I.2 Equation du mouvement du fluide, loi de Darcy :

L'équation du mouvement pour trois dimensions de l'écoulement (laminaire) des eaux souterraines dans un milieu poreux anisotrope non homogène est décrite par la loi de Darcy (Bear 1979):

$$\vec{u} = -\frac{\vec{k}}{\mu} \left(\vec{\text{grad}} p + \rho \cdot g \vec{\text{grad}} z \right) \quad (I.16)$$

Etant donné que la conductivité hydraulique K est donnée par

$$K = \frac{\vec{k} \cdot \rho \cdot g}{\mu} \quad (I.17)$$

Et si on introduit la notion de la charge hydraulique :

$$h = \frac{p}{\rho \cdot g} + z \quad (I.18)$$

L'équation de Darcy est donnée par :

$$\vec{u} = -K \left(\vec{\text{grad}} h \right) \quad (I.19)$$

Avec

- \vec{u} : vecteur vitesse de Darcy (débit spécifique) ($L.T^{-1}$)
- \vec{k} : tenseur de perméabilités intrinsèques (L^2)
- μ : viscosité dynamique de l'eau au point $[x,y,z]$ ($M.L^{-1}.T^{-1}$)
- p : pression interstitielle ($M.L^{-1}.T^{-2}$) =
- ρ : densité de l'eau souterraine au point $[x,y,z]$ ($M.L^{-3}$)
- g : accélération de pesanteur ($L.T^{-2}$)
- h : charge hydraulique au point (x,y,z) (L)
- Z : élévation du point (x,y,z) / niveau du référence (L)

La loi de Darcy est valable uniquement dans le cas d'un écoulement laminaire: à savoir à des vitesses relativement faibles lorsque les particules d'eau se déplacent à peu près parallèlement les uns aux autres. En d'autres termes, la loi de Darcy est Valable aussi longtemps que le

nombre soi-disant Reynolds Re (-) ne dépasse pas une certaine valeur entre 1 et 10 (Bear 1979)

$$Re = \frac{\rho \|\bar{u}\| R_H}{\mu} < 1 - 10 \quad (I.20)$$

R_H : rayon hydraulique des pores du milieu poreux.

Pour un milieu anisotrope, en trois dimensions la conductivité hydraulique devient un tenseur

symétrique $\bar{K} = \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{pmatrix}$

Si les trois axes sont dans les directions principales de l'écoulement, alors le tenseur de la conductivité hydraulique devient diagonal :

$$\bar{K} = \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{pmatrix}$$

Dans le plan (xy) le tenseur de la conductivité hydraulique s'écrit :

$$\bar{K} = \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 \\ 0 & K_{yy} \end{pmatrix}$$

équation de diffusivité de l'écoulement 3D saturé à densité constante :

- Equation de continuité :

$$\text{div}(\rho \bar{u}) + \frac{\partial(\rho n)}{\partial t} + \rho q = 0 \quad (I.21)$$

- Loi de Darcy :

$$\bar{u} = -\bar{K} \left(\vec{\text{grad}} h \right) \quad (I.22)$$

- Equation d'état :

$$d(\rho n) = \rho S_s dh \quad (I.23)$$

La combinaison de ces trois équations permet de trouver l'équation de diffusivité d'une nappe en négligeant la variation spatiale de la masse volumique (densité constante) (Bear (1979) , Ledoux (2003)) :

$$\text{div}(\bar{K} \cdot \vec{\text{grad}} h) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} + q \quad (I.24)$$

q : débit injecté (source) ou extrait (puits) /unité de volume de l'élément de référence (VER) (T^{-1})

L'équation (I.24) est linéaire et parabolique. En régime permanent elle devient elliptique.

I.3 Equation de l'écoulement 2D saturé :

Dans le cas de modélisation à grande échelle ou de modélisation stochastique Monte carlo qui demande beaucoup de ressources, l'utilisation de l'approximation de Dupuit, lorsqu'elle est applicable est une bonne alternative. L'approximation de Dupuit revient à intégrer verticalement les équations d'écoulement 3D (ou orthogonalement aux épontes de l'aquifère) (AL Bitar, 2007).

L'équation trouvée représente le modèle quasi-tridimensionnel de l'écoulement dans les nappes (écoulement plan).

L'hypothèse de Dupuit principale est que les écoulements sont considérés quasi-horizontaux. Ces hypothèses sont assez bien satisfaites loin des exutoires (sources, rivières, surfaces de suintement, etc.) ou des lignes de crête (plans de flux nul) (Bear, 1979).

L'équation des écoulements résultante est appelée équation de Boussinesq des écoulements plans.

La résolution de cette équation 2D peut se faire sur de très larges systèmes et ne demande comme principales entrées que la distribution verticalement intégrée des conductivités et porosités efficaces (pour les nappes libres), obtenues généralement lors des essais de pompage dans les nappes.

La méthode suivie pour établir ces équations en 2D est détaillée par Bear (1979), néant moins on présentera ici l'essentiel de cette méthode

Reprenant l'équation de l'écoulement 3D saturé à densité constante :

$$\frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial x} (K_y \frac{\partial h}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial h}{\partial z}) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} + q \quad (I.25)$$

En intégrant cette équation sur la verticale en tenant compte de l'hypothèse de Dupuit $\frac{\partial h}{\partial z} = 0$

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial h}{\partial x}) dz + \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial h}{\partial y}) dz = \int_{z_1}^{z_2} S_s \frac{\partial h}{\partial t} dz + \int_{z_1}^{z_2} q dz \quad (I.26)$$

Soit encore, en admettant que z_1 et z_2 varient peu en fonction de x et y (Ledoux):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{z_1}^{z_2} (K_x dz) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{z_1}^{z_2} (K_y dz) \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \int_{z_1}^{z_2} S_s \frac{\partial h}{\partial t} dz + \int_{z_1}^{z_2} q dz \quad (I.27)$$

Ce qui devient en posant :

$$T_x = \int_{z_1}^{z_2} K_x dz \quad , \quad T_y = \int_{z_1}^{z_2} K_y dz \quad , \quad S = \int_{z_1}^{z_2} S_s dz \quad \text{et} \quad Q = \int_{z_1}^{z_2} q dz$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + Q \quad (I.28)$$

q : débits de source ou de puits /unité de volume (T^{-1})

T_x, T_y : Transmisivités dans les directions principales OX et OY ($L^2.T^{-1}$)

Q : débit /unité de surface ($L.T^{-1}$)

I.4 Equation de diffusivité pour une nappe libre :

De la même manière que la méthode précédente, l'intégration sur la verticale de l'équation (I.24) de l'écoulement saturé entre le niveau de la surface libre (niveau piézométrique) h et le niveau du substratum de la nappe b donne l'équation de Boussinesq (Bear, 1979) :

$$\bar{\nabla} \left((h - b) \bar{K} \cdot \bar{\nabla} h \right) + Q = n_e \frac{\delta h}{\delta t} \quad (I.29)$$

Avec $S = n_e = S_y$, $Q = q(h-b)$ et $\bar{T} = \bar{K} \cdot (h - b)$

I.5 Equation de diffusivité pour une nappe captive :

Pour le cas d'une nappe captive l'équation de diffusivité est :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + Q \quad (I.30)$$

Avec $\bar{T} = \bar{K} \cdot e$, $S = S_s \cdot e$, $Q = q \cdot e$

e: est l'épaisseur de la nappe captive (L)

I.6 Les mécanismes de transfert de solutés en milieu poreux saturés

Nous faisons l'hypothèse que le transport de solutés en milieux poreux saturés a lieu uniquement dans la phase liquide. A l'échelle de mesure, on attribue les flux de matière observés au sein d'un milieu poreux homogène à deux phénomènes : la convection caractérisée par une vitesse convective moyenne des molécules, v (m.s-1) et la dispersion hydrodynamique caractérisée par un coefficient de dispersion D ($m^2.s^{-1}$).

I.6.1 Mécanisme de convection(ou advection)

La convection est le déplacement des solutés par le mouvement du fluide dont celles-ci font partie. Le mouvement du milieu peut être dû à un gradient thermique ou mécanique. Dans notre cas, la loi de Darcy décrit le transport de soluté par le mouvement général en zone saturée. Le flux convectif du soluté F_c s'exprime par le produit de la concentration c et de la vitesse v:

$$\vec{F}_C = \vec{v}.c \quad (I.31)$$

On rappelle que la vitesse moyenne de convection v est donnée en fonction de la vitesse de Darcy u comme suit :

$$v = u/n_e \quad (I.32)$$

n_e est la porosité cinématique dans la plus part des cas elle est prise égale à la porosité efficace.

I.6.2 Mécanisme de dispersion

Dans un milieu poreux, le fluide ainsi que les composés dissous dans celui-ci ont tendance à se disperser à l'extérieur du chemin imposé uniquement par la convection.

Ce phénomène de répartition, nommé la dispersion hydrodynamique, impose à un soluté de s'étaler et de diminuer sa concentration. Une représentation de ce phénomène est montrée à la Figure 1.6. Outre un effet de dilution, la dispersion hydrodynamique peut avancer (ou retarder) le temps d'arrivée d'un soluté à un endroit spécifique comparativement au temps d'arrivée prévu uniquement par la convection.

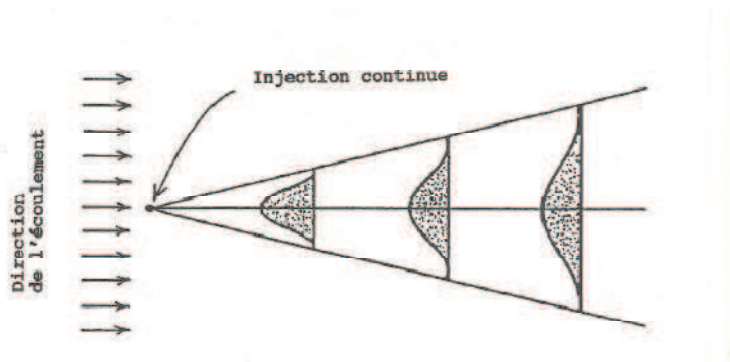


Figure I.8 phénomène de dispersion (Bear, 1979)

Le phénomène de dispersion hydrodynamique est un processus de mélange qui est causé par deux processus fondamentaux de transport de la masse :

- un processus physico-chimique, la diffusion moléculaire ;
- un processus mécanique, la dispersion mécanique.

I.6.2.1 La diffusion moléculaire :

La diffusion moléculaire peut se dérouler indépendamment de la convection. C'est un phénomène physique lié à l'agitation moléculaire. Dans un fluide au repos, le mouvement brownien envoie des particules dans toutes les directions de l'espace. Si la concentration n'est pas homogène, c'est-à-dire qu'il existe un gradient de concentration entre deux points voisins,

le point ayant la concentration la plus élevée enverra en moyenne plus de molécules dans toutes les directions que l'autre point. La résultante sera donc un transfert de molécules des zones à concentration élevée vers les zones à concentration faible selon la loi de Fick classique où le coefficient, scalaire, de diffusion moléculaire traduit la proportionnalité du flux massique au gradient de concentration. Dans les milieux poreux, la présence de grains ralentit la diffusion car les molécules doivent alors suivre des chemins plus longs que dans le fluide libre. Le coefficient de diffusion moléculaire, dit effectif, $D_d = D_m \cdot \tau$ (L^2/T) tient compte de ce phénomène et est associé au coefficient en fluide libre D_m (L^2T^{-1}) et à la tortuosité τ . En outre le coefficient dépend de la nature de la molécule, de la température, de la pression et de la composition du fluide.

Le flux de matière F_d est modélisé généralement par la loi de Fick :

$$F_d = -D_d \nabla c \quad (I.33)$$

I.6.2.2 La dispersion mécanique

La dispersion due à l'agitation mécanique est causée par trois phénomènes microscopiques, tel qu'illustré à la Figure I.9. Le premier a lieu dans les canaux de pores où la vitesse varie par suite des forces de friction causées par la rugosité des surfaces des pores (Figure I.9(a)). Le deuxième est causé par des variations dans la largeur des pores, créant ainsi des différences de vitesse dans les pores, tel qu'illustré à la Figure I.9(b). Le troisième mécanisme est lié à la tortuosité et au branchement des systèmes de canaux de pores (Figure I.9(c)).

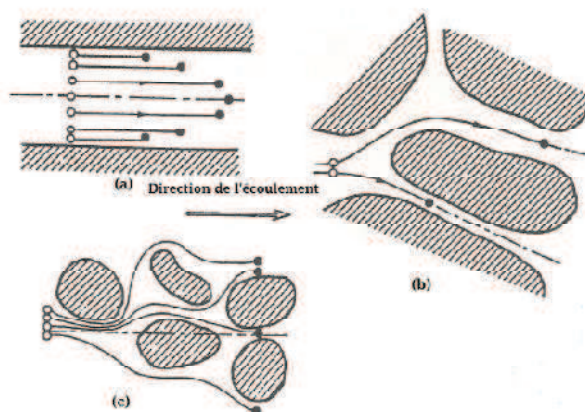


Figure I.9 hétérogénéité du champ d'écoulement à l'échelle microscopique (Bear, 1979)

La formule pour décrire la dispersion mécanique est une loi similaire à la loi de Fick, où la diffusion moléculaire est remplacée par un tenseur de dispersion défini

par Bear (1979) :

$$D_c = |u| \{ \alpha_L P_L(u) + \alpha_T (I - P_L)(u) \} \quad (I.34)$$

avec :

- D_c est le tenseur de dispersion mécanique donné en fonction de la vitesse de Darcy, $[L^2T^{-1}]$;
- I est la matrice identité ;
- α_L et α_T la dispersivité longitudinale et transversale respectivement, $[L]$;
- $P_L(u)$ et $I - P_L(u)$ sont les matrices de projection dans la direction de l'écoulement et la direction orthogonale de l'écoulement :

$$P_L(u)_{ij} = \frac{u_i \cdot u_j}{|u|^2} \quad (I.35)$$

$i, j = 1; 2; 3$.

Pour un milieu isotrope, le tenseur de dispersion est diagonal dans les directions Principales de l'écoulement :

$$D_c = \begin{pmatrix} D_L & 0 & 0 \\ 0 & D_T & 0 \\ 0 & 0 & D_T \end{pmatrix} \quad (I.36)$$

I.6.2.3 Dispersion hydrodynamique :

Souvent, les effets de la dispersion mécanique et de la diffusion moléculaire sont regroupés en un seul terme appelé dispersion hydrodynamique D_h :

Le coefficient de la dispersion hydrodynamique D_h est égal à la somme des coefficients de la dispersion mécanique et moléculaire :

$$D_h = D_d + D_c$$

Alors, le flux de dispersion devient :

$$\vec{F}_D = -\underline{D}_h \cdot \vec{\text{grad}} c \quad (I.37)$$

Le tenseur de la dispersion hydrodynamique s'écrit en 3D :

$$D_h = \begin{pmatrix} D_{hL} & 0 & 0 \\ 0 & D_{hT} & 0 \\ 0 & 0 & D_{hT} \end{pmatrix}$$

Avec :

D_{hL} : coefficient de dispersion hydrodynamique longitudinale (m^2/s)

D_{hT} : coefficient de dispersion hydrodynamique transversale (m^2/s)

Dans la pratique, de nombreuses expériences (Bear & Bachmat , 1967),(Saffman, 1960) cité par Bear (1979) montrent que la dispersion n'est pas une fonction parfaitement linéaire de v . Souvent on utilise des expressions de la forme :

$$\frac{D_{hL}}{D_d} = c_1 \cdot (pe)^{m1} \tag{I.38}$$

$$\frac{D_{hT}}{D_d} = c_2 \cdot (pe)^{m2} \tag{I.39}$$

$m1$ et $m2$ sont des constantes comprises entre 1 et 1.2

pe : nombre adimensionnel appelé nombre de Peclet physique (microscopique)

$$pe = d \cdot |v| / D_d \tag{I.40}$$

d : longueur caractéristique de porosité du milieu poreux (m)

v est la vitesse convective moyenne au niveau des pores (m/s)

Les figures (I.10a) et (I.10b) représentent le rapport de la dispersion hydrodynamique longitudinale D_{hL} à la dispersion moléculaire D_d en fonction du nombre de Peclet (Bear, 1979). On peut distinguer plusieurs régions sur cette courbe. Pour des valeurs faibles de la vitesse convective moyenne (région I), la diffusion moléculaire domine. Dans cette région, la valeur du coefficient de dispersion hydrodynamique est constante et légèrement inférieure à la valeur de D_d .

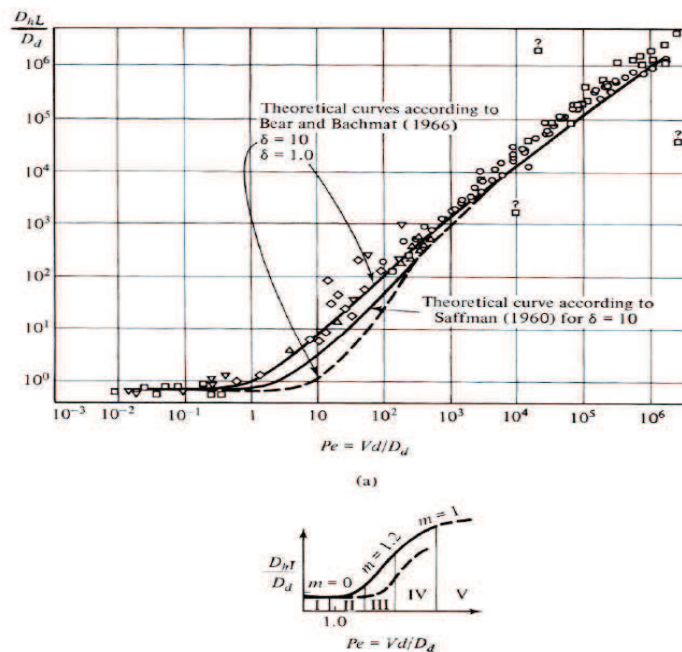


Figure (I.10) Evolution du coefficient de dispersion hydrodynamique en fonction de la valeur du nombre de Péclet microscopique. (Extrait de Bear, 1979)

Progressivement, lorsque v augmente, la dispersion créée par le réseau des lignes de courant augmente. Le coefficient de dispersion mécanique devient prépondérant, il augmente d'abord quadratiquement (région II) puis linéairement (région III et IV) en fonction de v . Si v augmente encore (région V, $Pe > 105$), la loi de Darcy n'est plus applicable. Bear, 1972, suggère que dans un cas d'écoulement monodimensionnel, lorsque $Pe > 1$ (région III et IV), on peut négliger le terme de diffusion moléculaire et on peut calculer le coefficient de dispersion hydrodynamique comme suit :

$$D_h = \alpha \cdot |v|$$

α (en m) est appelé dispersivité du milieu poreux. C'est un paramètre intrinsèque du milieu qui dépend de la structure du sol et de la géométrie de l'espace occupé par l'eau dans le réseau poral.

Enfin très peu de travaux concernent la dispersion hydrodynamique transversale. Toutefois, pour un milieu isotrope il est admis que le rapport α_L / α_T varie entre 5 et 25 (Bear, 1979).

I.7 Problématique du biseau salé :

Dans les zones littorales, les nappes souterraines d'eau douce constituent une source importante pour l'alimentation en eau. Elles sont généralement en contact direct avec l'eau salée marine qui envahit plus ou moins les formations du sous-sol côtier. L'eau douce « flottant sur l'eau salée, de manière générale par l'équilibre hydrostatique, l'intrusion d'eau salée à la forme d'un biseau plongeant vers l'intérieur des terres, est appelé communément le biseau salé figure I.12. Le contact de ces eaux de densité différente est en fait régi plus précisément par les lois d'équilibre hydrodynamique et par les phénomènes de diffusion qui s'inscrivent obligatoirement dans le contexte géomorphologique, lithologique et hydrologique propre de chaque région (Bear, 1979).

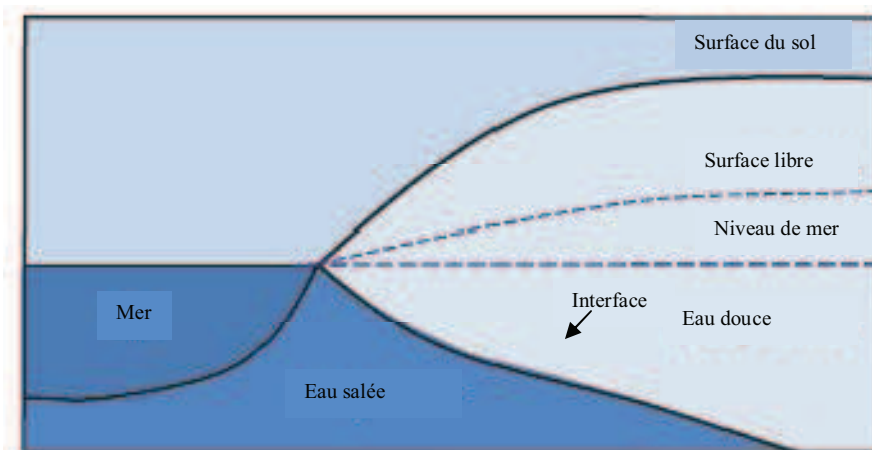


Figure I.11 biseau salé sous équilibre hydrostatique

I.8 Méthodes de localisation du biseau salé :

L'intrusion d'eau de mer dans les aquifères côtiers se traduit par la présence d'un biseau salé qui limite leur exploitation.

La forme et l'extension de ce biseau salé est fonction des conditions d'exploitation et bien sur en fonction des caractéristiques de l'aquifère elle-même.

La localisation du biseau salé peut être effectuée par plusieurs méthodes à savoir :

- Mesure du niveau piézométrique et application de la formule de Ghyben-Badon – Herzberg(GBH) ;
- La prospection géophysique de surface ;
- Les diagraphies des forages ;
- Les analyses chimiques et isotopiques des eaux souterraines.
- La modélisation numérique

L'utilisation des modèles mathématiques simples ou numériques complexes permettent la prévision du biseau salé à condition qu'on dispose de mesures de terrain suffisantes et fiables. Les différents modèles mathématiques et leurs solutions analytiques et numériques seront exposés dans les chapitres qui suivent. Dans ce chapitre nous allons présenter brièvement les autres méthodes de terrain.

I.8.1 Estimation théorique à partir de la piézométrie :

Cette méthode consiste à appliquer des modèles simples qui correspondent aux solutions analytiques du problème du biseau salé (chapitre II) comme l'équation de Ghyben-Herzberg. Elles utilisent les mesures du niveau piézométrique pour calculer la profondeur de l'interface eau douce eau salée. Toute fois cette méthode reste limitée surtout lorsque il y'a présence d'une zone de transition (cas courant) où cette méthode ne peut être appliquée et donne une surestimation de la profondeur de l'interface comme nous allons voir dans le quatrième chapitre.

En résumé, on peut dire que la méthode de localisation basée sur la piézométrie est la plus simple à appliquer et elle nous renseigne sur la position de l'interface eau douce eau salée.

L'interface calculée par la formule de Ghyben - Herzberg est toujours mentionnée dans les travaux de recherche comme un résultat de comparaison et de validation.

Le suivi de l'évolution du biseau salé par des seules mesures piézométriques ne donnera que des informations relatives que dans des cas rares caractérisés par une bonne stabilité des écoulements et une homogénéité des paramètres hydrodynamiques de l'aquifère.

I.8.2 Prospection géophysique :

Les méthodes géophysiques sont utilisées depuis longtemps pour l'étude des eaux souterraines et les problèmes environnementaux qui les affectent, les méthodes géophysiques appliquées à l'hydrogéologie suscitent un développement scientifique important conduisant à l'émergence d'une nouvelle discipline: l'hydrogéophysique (Comte 2009).

Pour la localisation de l'interface eau douce eau salée dans un aquifère côtier, on recourt à l'utilisation des méthodes géophysiques plus pertinentes telles que la méthode électrique et la méthode magnétique. Le principe de la méthode électrique est de mesurer la conductivité électrique de l'eau indirectement par le biais de mesure des résistivités apparentes des formations aquifères c'est le problème inverse (Comte2009). En effet, si la résistivité apparente est faible pour une formation aquifère cela s'explique que la formation peut contenir de l'eau salée.

I.8.3 Investigation géochimique :

Ce type d'investigation consiste à déterminer les caractéristiques chimiques des eaux de l'aquifère côtier à étudier et identifier notamment l'origine de salinité. Plusieurs critères géochimique sont utilisés pour identifier l'origine de salinité (Bear et al., 1999) sont :

- solide total dissous (TDS) , conductivité électrique, chlorures
- Rapport Cl/Br⁻, l'ion Bromure est considéré comme meilleur indicateur de contamination par les eaux de mer, sa concentration dans les eaux douces ne dépasse pas 0.01mg/l.
- Rapports Ca/Mg et Ca/(HCO₃⁻+SO₄²⁻)
- Isotopes O et H

I.9 Conclusion :

Au cours de ce chapitre nous avons présenté les notions fondamentales qui sont utiles pour comprendre la théorie des écoulements et phénomènes de transport de la matière en milieu poreux. Nous avons défini les différents paramètres de l'écoulement souterrain tels que la conductivité hydraulique, la porosité efficace et le coefficient d'emménagement ainsi que les paramètres de transport de soluté tels que la densité et les phénomènes convection et dispersion. Dans le prochain chapitre nous allons présenter les modèles mathématiques de transport de solutés soit celui basé sur l'approche interface abrupte (Sharp interface) ou celui basé sur zone de transition (hydrodispersif).

CHAPITRE II

Modélisation mathématique du biseau salé

Chapitre II

Modélisation mathématique du biseau salé

II.1 Introduction :

Dans plusieurs aquifères côtiers, l'intrusion marine est devenue une contrainte majeure qui affecte la gestion et l'exploitation des eaux souterraines.

En effet, avec l'intrusion des eaux de mer dans la nappe souterraine, plusieurs forages deviennent salins et risquent d'être abandonnés ce qui fait réduire la valeur de l'aquifère comme étant une source d'eau douce.

Afin de bien gérer les nappes côtières et limiter l'intrusion marine, on recourt à l'outil de simulation numérique basée sur des modèles mathématiques bien définis. Alors, il est indispensable de savoir les différents modèles mathématiques utilisés pour décrire le phénomène de l'intrusion marine.

II.2 Modèle 2D avec interface abrupte :

Le modèle 2D avec interface abrupte est une approximation simple qui facilite l'étude du biseau salé et de trouver des solutions analytiques ou numériques à ce problème.

Il s'agit des deux liquides : eau douce et eau salée qui se sont séparées par une interface abrupte.

On obtient le Modèle plan 2D en intégrant les équations en 3D du problème le long de la verticale entre les limites de la nappe (substratum et le niveau piézométrique).

Dans la littérature, il existe plusieurs travaux de recherche utilisant l'approche de l'interface abrupte pour développer des modèles numériques de simulation du biseau salé.

Bear (1979), Bonnet et Sauty (1975), Pinder et Page (1977), Garza (1982) et Thiery (2004) ont développé des modèles quasi tridimensionnels. Essaid (1990a), Huyakorn et al. (1996) ont développé un modèle tridimensionnel pur un système d'aquifère à plusieurs couches.

II.2.1. Hypothèses de base :

Bear et al. (1999) ont mis les hypothèses de base pour établir le modèle mathématique avec interface abrupte qui gouverne le biseau salé :

- Les deux fluides eau douce et eau salée sont supposées immiscibles et se sont séparées par une interface abrupte
- Validité de la loi de Darcy
- L'écoulement est supposé horizontal (ou dominant) selon l'hypothèse de Dupuit ;
- Le Milieu poreux est saturé homogène et anisotrope
- La densité de chaque liquide est supposée constante

II.2.2 Approche de Badon –Ghyben-Herzberg (BGH) :

Dans son ouvrage « hydraulics of groundwater » Bear (1979) a cité les travaux de Badon-Ghyben (1888) et Herzberg(1901) pour la recherche de la forme et de la position de l'interface dans un aquifère libre.

Ils avaient trouvé sous certaines conditions (distribution hydrostatique de la pression dans la zone d'eau douce, hypothèse de Dupuit vérifiée) la relation suivante :

$$h_s = h_d \frac{\rho_d}{\rho_s - \rho_d} = \delta \cdot h_d \quad (II.1)$$

Avec $\delta = \frac{\rho_d}{\rho_s - \rho_d}$ (II.2)

ρ_d , ρ_s : masse volumique de l'eau douce et de l'eau salée respectivement (M.L⁻³)

Par exemple, pour $\rho_s = 1025 \text{kg/m}^3$, $\rho_d = 1000 \text{kg/m}^3$, $\delta = 40$ et $h_s = 40h_d$

Cela veut dire que à quelque soit la distance à la mer, la profondeur de l'interface stationnaire au dessous du niveau de la mer égale 40 fois la hauteur de la surface libre au dessus de ceci, voir figure (II.1)

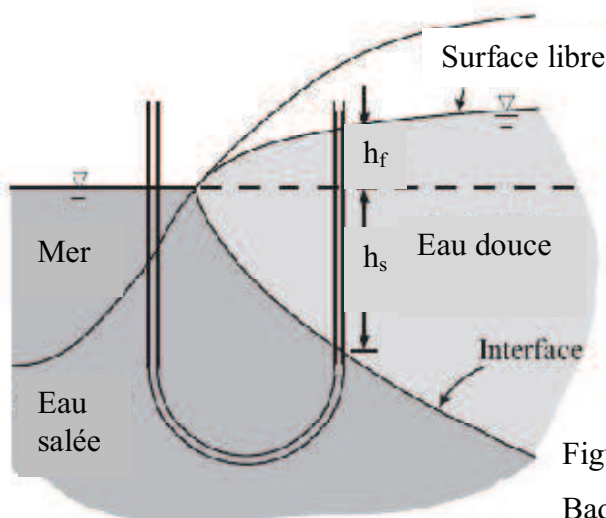


Figure (II.1) Biseau salée, principe de Badon - Ghyben – Herzberg (Bear, 1979)

II.2.3 Modèle mathématique :

D'après les hypothèses citées ci-dessus, il existe deux zones d'eau dans l'aquifère, une d'eau douce surmontant une zone d'eau salée figure (II.2).

Les équations en 3D qui régissent les écoulements dans les deux zones en terme de charge hydraulique H sont données par Bear (1979) comme suit :

- Eau douce

$$S_{0d} \frac{\partial H_d}{\partial t} = -\nabla(q_d) + p_d \quad (II.3)$$

- Eau salée

$$S_{0s} \frac{\partial H_s}{\partial t} = -\nabla(q_s) + p_s \quad (II.4)$$

Avec :

$$q_d = -\overline{\overline{K}}_d \nabla H_d \quad , \quad q_s = -\overline{\overline{K}}_s \nabla H_s \quad (II.5)$$

S_0 : coefficient d'emmagasinement spécifique (L^{-1}) , p : débit extrait ou injectée /unité de volume (T^{-1}), H : charge hydraulique (L), q : vitesse de Darcy ($L.T^{-1}$)

Par intégrations des équations (II.3) et (II.4) le long de la verticale entre les niveaux de chaque zone, en utilisant la règle de Leibnitz nous obtenant pour l'écoulement dans la zone saline :

$$\int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \left(\nabla \cdot q_s + S_{0s} \frac{\partial H_s}{\partial t} - P_s \right) dz = \nabla' \cdot \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} q'_s \cdot dz - q'_s|_{\zeta_1} \cdot \nabla \zeta_1 + q'_s|_{\zeta_0} \cdot \nabla \zeta_0 + \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \frac{\partial q_{sz}}{\partial z} dz + S_{0s} \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} H_s dz - H_s|_{\zeta_1} \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \right) - P_s \cdot B_s = 0 \quad (II.6)$$

On a :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} H_s dz = \frac{\partial}{\partial t} [\tilde{H}_s B_s] = \tilde{H}_s \frac{\partial B_s}{\partial t} + B_s \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} = \tilde{H}_s \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + B_s \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} \quad (II.7)$$

$$\text{Où } \tilde{H}_s = \frac{1}{B_s} \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} H_s dz \quad , \quad B_s = \zeta_1 - \zeta_0 \quad (II.8)$$

Sachant que $\tilde{H}_s = H_s|_{\zeta_1}$ l'équation (II-6) devient :

$$\nabla' (B_s \tilde{q}'_s) - q'_s|_{\zeta_1} \cdot \nabla' \zeta_1 + q'_s|_{\zeta_0} \cdot \nabla' \zeta_0 + q_{sz}|_{\zeta_1} - q_{sz}|_{\zeta_0} + S_{0s} B_s \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} - P_s B_s = 0 \quad (II.9)$$

$$\nabla' = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

Pour l'écoulement dans la zone d'eau douce, on procède de la même manière on obtient :

$$\nabla' (B_f \tilde{q}'_f) - q'_f|_{\zeta_2} \cdot \nabla' \zeta_2 + q'_f|_{\zeta_1} \cdot \nabla' \zeta_1 + q_{fz}|_{\zeta_2} - q_{fz}|_{\zeta_1} + S_{0f} B_f \frac{\partial \tilde{H}_f}{\partial t} - P_f B_f = 0 \quad (II.10)$$

$$\text{Avec } \tilde{H}_f = \frac{1}{B_f} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} H_f dz \quad , \quad B_f = \zeta_2 - \zeta_1 \quad , \quad \tilde{H}_f = H_f|_{\zeta_1} = H_f|_{\zeta_2} \quad (II.11)$$

D'après l'approximation du Ghyben-Herzberg on a

$$\zeta_1 = (1 + \delta) \cdot \tilde{H}_s - \delta \tilde{H}_f \quad (II.12)$$

Et

$$F \equiv z - \zeta_1 = z - (1 + \delta) \cdot \tilde{H}_s + \delta \tilde{H}_f = 0 \quad (II.13)$$

L'équation (II-13) décrit l'interface qui satisfait :

$$n_e \frac{\partial F}{\partial t} + q_s \nabla F = 0 ; \quad n_e \frac{\partial F}{\partial t} + q_f \nabla F = 0 \quad (\text{II.14})$$

Ce qui donne :

$$n_e (1 + \delta) \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} - n_e \delta \frac{\partial H_d}{\partial t} = q_s \Big|_{\zeta_1} \cdot \nabla (z - \zeta_1) = q_{sz} \Big|_{\zeta_1} - q'_s \Big|_{\nabla' \zeta_1} \quad (\text{II.15})$$

$$n_e (1 + \delta) \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} - n_e \delta \frac{\partial H_d}{\partial t} = q_d \Big|_{\zeta_1} \cdot \nabla (z - \zeta_1) = q_{dz} \Big|_{\zeta_1} - q'_d \Big|_{\nabla' \zeta_1} \quad (\text{II.16})$$

En combinant les équations (II-9) et (II-15) nous obtenons pour la zone d'eau salée :

$$\nabla' (B_s \tilde{q}'_s) + [S_{0s} B_s + n_e (1 + \delta)] \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} - n_e \delta \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} + q'_s \Big|_{\nabla' \zeta_0} - q_{sz} \Big|_{\zeta_0} - P_s B_s = 0 \quad (\text{II.17})$$

Pour un substratum imperméable, les 4eme et 5^{ème} termes s'annulent et l'équation (II-17) devient :

$$\nabla' (B_s K'_s \nabla' \tilde{H}_s) - [S_{0s} B_s + n_e (1 + \delta)] \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} + n_e \delta \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} + P_s B_s = 0 \quad (\text{II.18})$$

C'est l'équation générale décrivant l'écoulement dans la zone d'eau salée.

L'équation de la surface libre est exprimée par Bear (1979) :

$$n_e \frac{\partial F}{\partial t} + (q - N) \nabla F = 0 \quad (\text{II.19})$$

Avec N est la recharge de la nappe (haut) (L.T⁻¹)

$$F = z - \zeta_2 = z - H_d \Big|_{\zeta_2} = z - \tilde{H}_d \quad (\text{II.20})$$

Donc l'équation (II-19) devient :

$$n_e \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} = (q_d - N) \nabla (z - \zeta_2) = q_{dz} \Big|_{\zeta_2} + N - q'_d \Big|_{\zeta_2} \cdot \nabla' \zeta_2 \quad (\text{II.21})$$

En combinant les équations (II-10) , (II -16) et (II-21) nous obtenons l'équation décrivant l'écoulement dans la zone d'eau douce :

$$\nabla' (B_d K'_d \nabla' \tilde{H}_d) - [S_{0d} B_d + n_e (1 + \delta)] \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} + n_e (\delta + 1) \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} + N + P_d B_d = 0 \quad (\text{II.22})$$

En général, $S_{0d} B_d \ll n_e$; $S_{0s} B_s \ll n_e$ d'après Bear(1979) ainsi les équations (II.18) et (II.22) deviennent :

$$\nabla' (B_s K'_s \nabla' \tilde{H}_s) - [n_e (1 + \delta)] \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} + n_e \delta \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} + P_s B_s = 0 \quad (\text{II.23})$$

$$\nabla'(B_d K'_d \nabla' \tilde{H}_d) - [n_e(1 + \delta)] \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} + n_e(\delta + 1) \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} + N + P_d B_d = 0 \quad (II.24)$$

Pour le cas d'une nappe captive, l'équation est donnée par Bear (1979) :

$$\nabla'(B_d K'_d \nabla' \tilde{H}_d) - [S_{0d} \cdot B_d + n_e \delta] \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} + n_e(\delta + 1) \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} + P_d B_d = 0 \quad (II.25)$$

En conclusion, le modèle avec interface abrupte décrivant le biseau salé dans un aquifère libre est représenté par les deux équations (II.22) et (II.18)

II.2.4 Conditions initiales et aux limites :

Pour la résolution numérique ou analytique des équations précédentes, il nous faut les conditions initiales et aux limites du problème sachant que la charge hydraulique s'écrit dans l'espace et dans le temps $H(x,y,t)$

II.2.4.1 Conditions initiales :

Les conditions initiales concernent la charge hydraulique dans les deux zones douce et salée à l'instant $t=0$.

Nous devons fixer pour la charge hydraulique d'eau douce $\tilde{H}_d = \tilde{H}_d(x, y, 0) \equiv \zeta_2(x, y, 0)$ et pour la charge hydraulique d'eau salée $\tilde{H}_s = \tilde{H}_s(x, y, 0)$, l'élévation de l'interface $\zeta_1(x, y, 0)$ est donnée par l'équation (II-12).

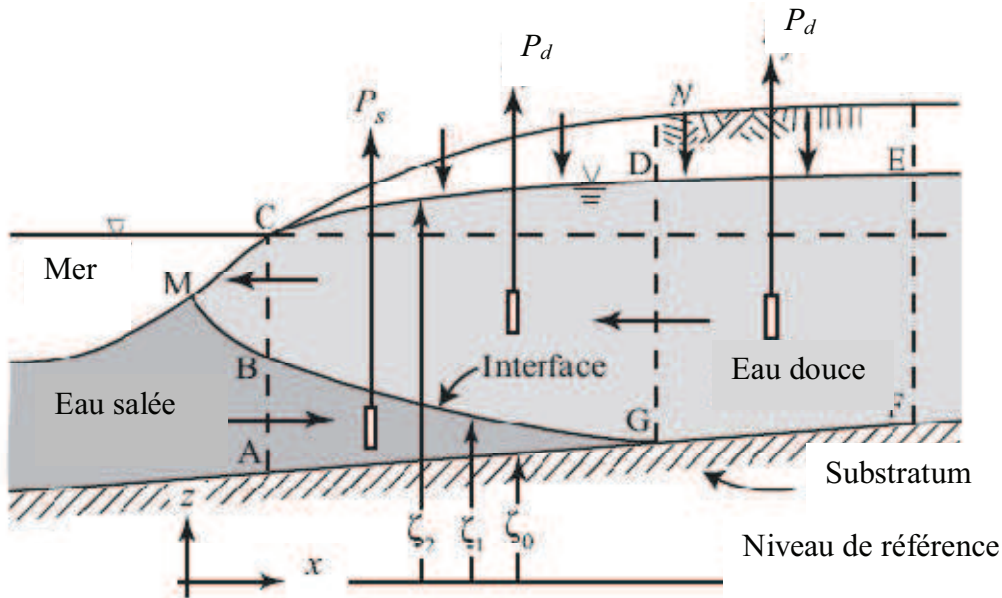


Figure (II.2) Modèle à interface abrupte du biseau salé
(Bear, 1979)

Une des méthodes qui permet d'obtenir les conditions initiales est l'utilisation du champ observé (mesures) ou celles correspondantes au régime permanent.

II.2.4.2 Conditions aux limites :

Elles concernent la charge hydraulique ou le flux au niveau des frontières de la nappe.

- Condition de flux imposé (débits d'eau douce ou d'eau salée entrant à la nappe)

$$K_d(H_d - \zeta_1) \frac{\partial H_d}{\partial x} = q_d \quad \text{Débit imposé d'eau douce sur limite EF}$$

- Condition de Neumann (flux nul) sur les limites imperméables

$$K_d(H_d - \zeta_1) \frac{\partial H_d}{\partial x} = 0 \quad \text{Sur la limite imperméable AGF}$$

- Condition de Dirichlet (charge imposée) sur les frontières

$H_d(0,y,t) = H_{AC}$ sur la limite AC elle est égale à zéro par rapport au niveau de la mer

$\zeta_1(0,y,t) = D$ sur la limite AC, D est la profondeur de la mer au point C

Le long de la côte, il existe une zone où le flux d'eau douce sort vers la mer MC (zone de suintement) c'est une condition de flux sortant, cette zone sera négligée par la suite dans notre travail.

II.2.5 Solutions analytiques :

La solution analytique du problème du biseau salé avec interface abrupte existe pour le cas le plus simple. Les mêmes hypothèses se posent, écoulement horizontal, interface stationnaire (cas permanent)

II.2.5.1 Interface dans une nappe captive :

La figure (II.3) montre une coupe d'un aquifère captif d'une épaisseur constante $B \ll L$. Soit le point G limite du biseau salé dans la nappe situé à $x=0$. Le flux d'eau douce dans ce point est Q_{d0} , c'est la différence entre la recharge et le pompage (Bear et Cheng, 2010)

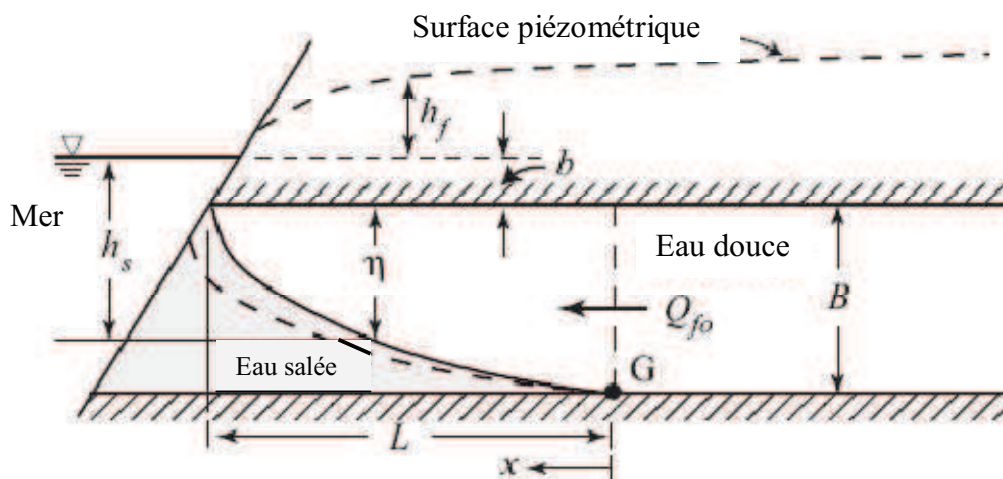


Figure II.3. Interface abrupte dans une nappe captive extrait (Bear et Cheng, 2010)

Pour le cas unidimensionnel, l'équation de l'eau douce s'écrit :

$$\frac{dQ_d}{dx} \equiv \frac{d}{dx} \left(-K_d \eta(x) \frac{dh_d}{dx} \right) = 0 \quad (\text{II.24})$$

Ou

$$-K_d \eta(x) \frac{dh_d}{dx} = \text{const} = Q|_{x=0} = Q_{d0} \quad (\text{II.25})$$

Avec :

η : de la zone d'eau douce surmontant l'eau salée (L)

En tenant compte de l'approximation de BGH, nous pouvons écrire :

$$h_d = \frac{\eta + b}{\delta} \quad (\text{II.26})$$

L'équation (II-25) devient :

$$\eta^2 = \frac{2\delta Q_{d0}}{K_d} (L - x) \quad (\text{II.27})$$

C'est une équation d'une parabole.

Nous avons comme conditions aux limites $\eta=0$ à $x=L$ et $\eta=B$ à $x=0$

Donc :

$$B^2 = \frac{2\delta Q_{d0}}{K_d} L \quad (\text{II.28})$$

L'équation (II-28) montre la relation entre L et Q_{d0} , en effet L est inversement proportionnel à Q_{d0} . Pour contrôler le biseau salé il suffit de gérer soit la recharge soit le pompage.

Solution de Glover :

La géométrie du problème de Glover [1964] (cité par Cheng & Ouazar, 1999) est montrée par la figure (II.4). L'aquifère est captif par le haut, homogène et non limité par le bas.

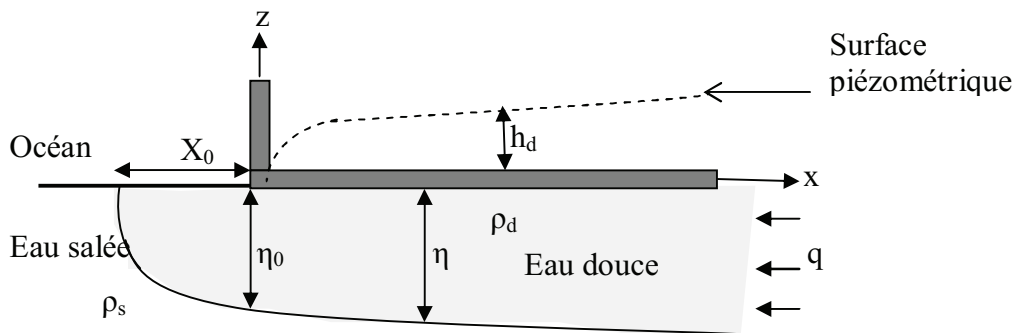


Figure (II.4) problème de Glover (Cheng & Ouazar, 1999)

L'eau salée est stagnante, la charge hydraulique de l'eau douce au régime permanent vérifie l'équation de Laplace en deux dimensions :

$$\Delta h_d = 0 \quad (II.29)$$

La charge hydraulique h_d est obtenue comme suit (Cheng Ouazar, 1999):

$$h_d = \sqrt{\frac{q}{\delta K}} \cdot \sqrt{x + \sqrt{x^2 + z^2}} \quad (II.30)$$

La profondeur de l'interface abrupte de Glover est donnée par :

$$\eta(x) = \sqrt{\frac{2q\delta x}{K} + \frac{q^2\delta^2}{K^2}} \quad (II.31)$$

La longueur de la zone de sortie du flux à la mer est x_0 donnée par :

$$x_0 = \frac{q\delta}{2K} \quad (II.32)$$

$$\eta_0 = \frac{q\delta}{K} \quad (II.33)$$

La hauteur d'eau douce h_d à $z=0$ est :

$$h_d = \sqrt{\frac{2qx}{\delta K}} \quad (II.34)$$

La solution de Glover peut être modifiée et simplifiée en utilisant l'hypothèse de Dupuit. Dans ce cas, l'équation de l'écoulement devient unidimensionnelle. La solution de tel problème est donnée par Cheng & Ouazar, (1999) avec la profondeur de l'interface comme suit :

$$\eta(x) = \sqrt{\frac{2q\delta x}{K}} \quad (II.35)$$

Et c'est la même équation que (II-27).

II.2.5.2 Interface dans une nappe libre :

Supposant un aquifère libre côtier soumis uniformément à la recharge naturelle ou artificielle (N) figure II.5.

Nous avons un problème bidimensionnel dans le plan (xz). On suit le même raisonnement pour le cas d'une nappe captive, on essayera de déterminer l'équation de la forme de l'interface abrupte et notamment la longueur du biseau salé dans une nappe libre.

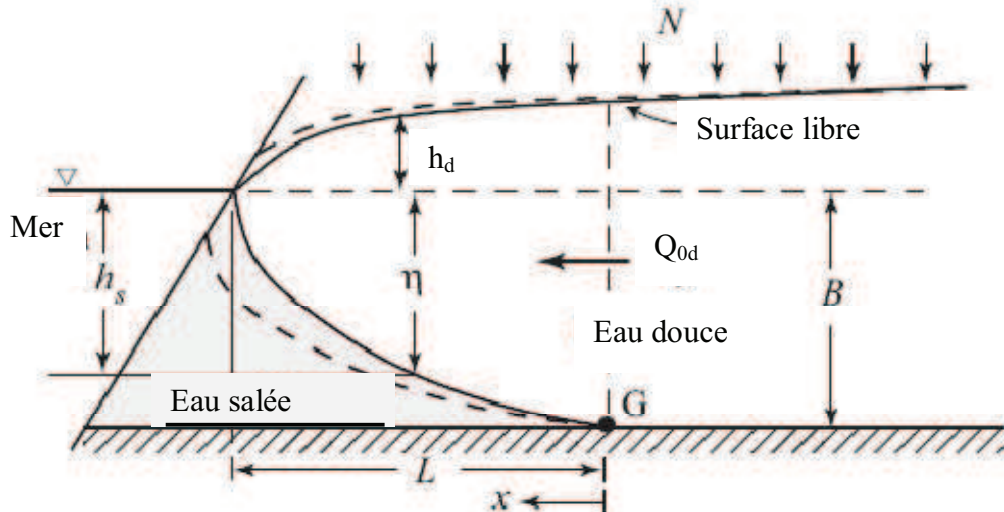


Figure II.5 Interface abrupte dans une nappe libre (Cheng & Ouazar, 1999)

Admettant les mêmes hypothèses précédentes, nous pouvons écrire :

$$-\frac{dQ_d}{dx} + N \equiv -\frac{d}{dx} \left[-K_d (h_d(x) + \eta(x)) \frac{dh_d}{dx} \right] + N = 0 \quad (\text{II.36})$$

Or nous avons :

$h_d = \eta/\delta$ remplaçons cette expression de h_d dans l'équation (II-36) et après intégration en tenant compte qu'à $x=0$, $Q_d=Q_{d0}$ nous obtenons :

$$\eta^2 - B^2 = \frac{\delta^2}{K_d(1+\delta)} (2Q_{d0} + N.x).x \quad (\text{II.37})$$

Si la recharge N est nulle, la forme de l'interface est une parabole.

En utilisant les conditions aux limites à $x=L$ donne $\eta=0$

Donc on trouve :

$$B^2 = \frac{\delta^2}{K_d(1+\delta)} (2Q_{d0} + N.L).L \quad (\text{II-38})$$

De l'équation (II-38), la longueur du biseau salé L peut être contrôlée par Q_{d0} (flux sortant d'eau douce) ou par la recharge artificielle N . de cette formule nous pouvons calculer la longueur L du biseau salé.

II.2.5.3 Solution de Strack :

Quelque soit le type d'aquifère côtier (libre ou captif) il en existe deux zones, zone 1 contenant seulement de l'eau douce et zone 2 contenant les deux liquides l'eau douce surmontant l'eau salée voir Figure II.6.

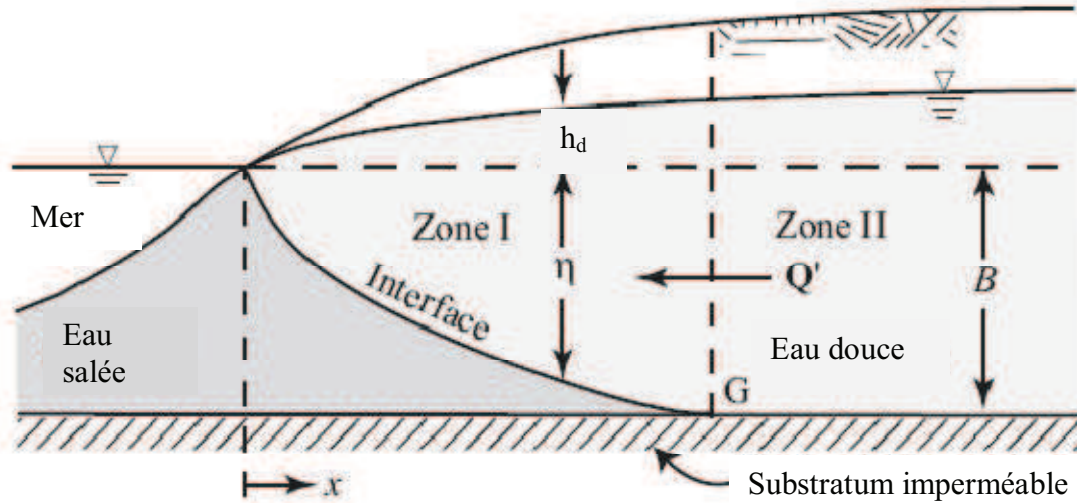


Figure II.6 . Problème de Strack

Admettant que l'écoulement est horizontal (dominant) et l'hypothèse de Dupuit est valide, Strack (1976) (cité par Bear & Cheng, 2010) a développé un modèle décrivant l'écoulement d'eau douce dans les deux zones en utilisant un potentiel qui vérifie l'équation de Laplace (potentiel harmonique). Strack a appliqué son modèle sur le cas d'un aquifère libre en présence d'un puits de pompage situé à x_w de la cote considérée rectiligne. Le débit du puits est constant $Q_w = \text{const}$, soit un flux d'eau douce Q'_0 (débit /unité de largeur à travers l'épaisseur de l'aquifère) qui alimente l'aquifère. La solution du problème est donnée sous forme d'un potentiel :

$$\varphi = \frac{Q'_0}{K} x + \frac{Q_w}{4\pi K} \ln \frac{(x - x_w)^2 + y^2}{(x + x_w)^2 + y^2} \quad (\text{II.39})$$

L'équation décrivant l'interface du biseau salé dans le plan xy est :

$$\frac{(1 + \delta)B^2}{2\delta^2} = \frac{Q'_0}{K} x + \frac{Q_w}{4\pi K} \ln \frac{(x - x_w)^2 + y^2}{(x + x_w)^2 + y^2} \quad (\text{II.40})$$

Cette équation donne la trajectoire de l'interface en fonction de Q_w , on remarque que si $Q_w = 0$, l'interface est sous forme d'une droite distant de x_0 de la cote comme le montre la figure II.7.

x_0 est calculé en utilisant la formule suivante (Bear & Cheng, 2010)

$$x_0 = \frac{(1 + \delta)B^2 K}{2\delta^2 Q'_0} \quad (\text{II.41})$$

Si Q_w augmente, l'interface avance à l'intérieur de l'aquifère face au puits de pompage figure II.8. Il est montré qu'il existe une valeur du débit critique (Q_c) de Q_w au delà duquel, le

potentiel devient négatif (c'est à dire au dessous du niveau de la mer). Pour $Q_w < Q_c$ il apparait une zone de dépression (Upconing) face au puits. Une valeur basse du potentiel de Strack, indique qu'il existe de l'eau salée au dessous de l'eau douce. une autre solution du biseau salé, peut être établie à partir de l'équation (II-39). Il existe des zones où le potentiel est important entre le forage et la cote. De telles régions constituent une barrière pour l'avancement du biseau salé.

Cette situation est expliquée par la figure (II.8) où une coupe verticale au plan $y=0$ est schématisée par la surface libre 1 et l'interface 1, dans ce cas le potentiel atteint son maximum au point B1 d'abscisse x_s par rapport à la cote, elle est calculée par l'équation (II-42)

Le point B1 représente une ligne de stagnation ou de partage des eaux (à gauche l'écoulement tend vers la mer et à droite vers le puits).

Avec l'augmentation du débit Q_w du puits, il s'installe un état critique où l'interface du biseau salé touche la zone de faible potentiel qui entoure le puits. cette situation est marquée par les courbes portant numéro 2 (figure II.8) et qui correspondent à $Q_w=Q_c$. Dans ce cas, la position de l'interface le long du plan $y=0$ notée x_G coïncide avec x_s .

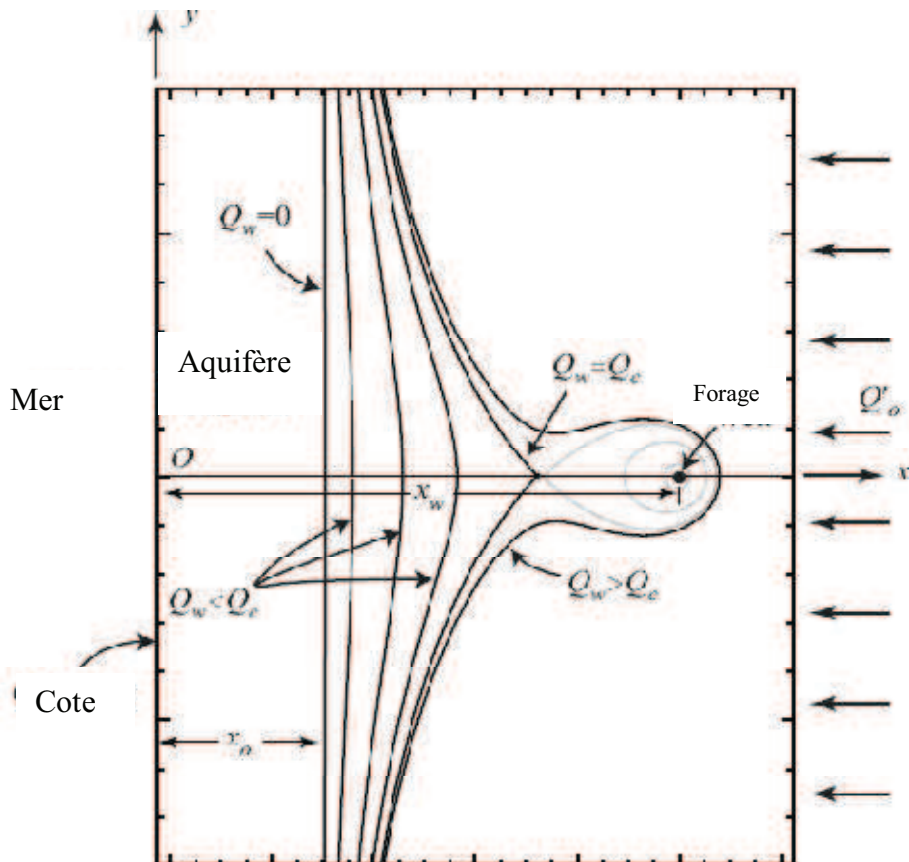


Figure II.7 positions de l'interface du biseau salé selon le modèle de Strack (Bear & Cheng, 2010)

$$x_s = x_w \sqrt{1 - \frac{Q_w}{\pi Q'_0 \cdot x_w}} \quad (II.42)$$

Alors en combinant les équations (II-40) avec $y=0$ et (II-42) on a :

$$\frac{(1 + \delta)B^2K}{2\delta^2 Q'_0 x_w} = \sqrt{1 - \frac{Q_c^*}{\pi}} + \frac{Q_c^*}{2\pi} \ln\left(\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{Q_c^*}{\pi}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{Q_c^*}{\pi}}}\right) \quad (II.43)$$

Avec : $Q_c^* = \frac{Q_c}{Q'_0 \cdot x_w}$ (II.44)

On peut calculer le débit critique Q_c par résoudre l'équation (II-43). Ainsi pour un débit de puits $Q_w > Q_c$ les deux zones se connectent et par conséquent la zone entourant le puits sera envahie par l'eau salée comme c'est montré sur les figures (II-7) et (II-8)

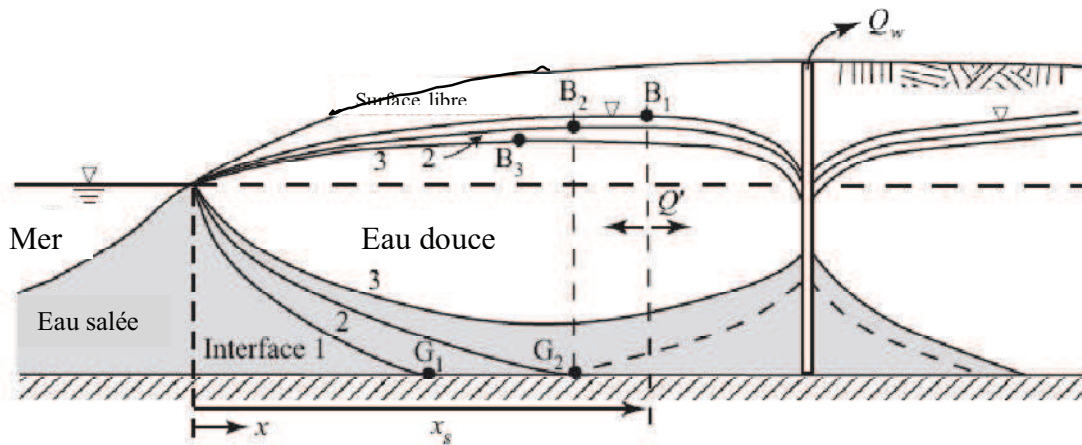


Figure II.8 vue d'une coupe verticale de l'interface le long du plan $y=0$
Extrait de (Bear et Cheng , 2010)

II.2.5.4 Solution de Bear et Dagan (Upconing) :

Comme nous l'avons décrit au paragraphe (II-2.6.4) le pompage excessif engendre un cône de dépression qui favorise l'invasion du puits avec d'eau salée. Ce cône de dépression ne peut pas être estimé par la relation de BGH, à cause de non validité de l'hypothèse de Dupuit (Bear et al. ,1999). Pour estimer l'Upconing dû au pompage, Bear et Dagan (1964) propose deux simples formules utilisant la technique de perturbation.

Le problème de Bear et Dagan est bidimensionnel dans le plan $(x-z)$ et axisymétrique $(r-z)$ figure (II.9).

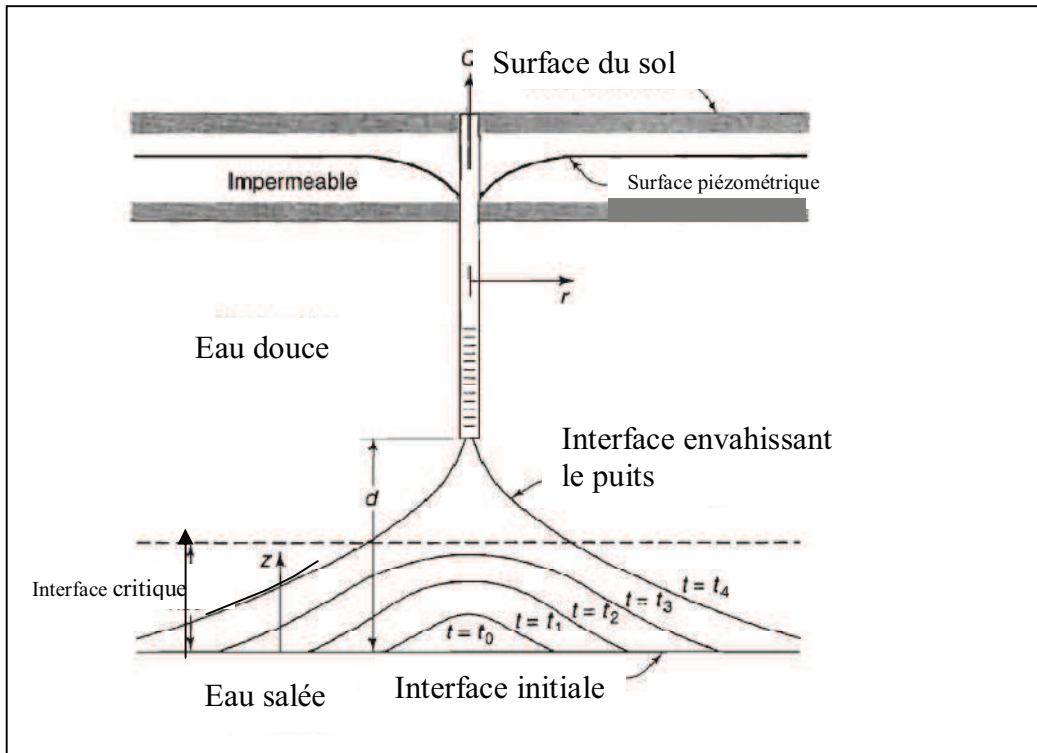


Figure II.9 Phénomène d'Upconning selon Bear et Dagan extrait de Todd & Mays (2005)

Le puits ou le drain sont placés à distance d au dessus de l'interface initiale.

Pour le cas d'un puits qui fournit un débit Q_w , la position transitoire ζ est donnée sous forme adimensionnelle (Cheng & Ouazar., 1999) :

$$z = \frac{1}{\sqrt{R^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + (1+T)^2}} \quad (\text{II.44})$$

Avec :

$$z = \frac{2.\pi.K.d.\zeta}{\delta.Q_w}, \quad R = \frac{r}{d} \quad \text{et} \quad T = \frac{K.t}{.n.d(2.\delta + 1)} \quad (\text{II.45})$$

n : est porosité de l'aquifère, t : temps, r : rayon, z : élévation

dans le cas du régime permanent c à d $t \rightarrow \infty$, $z=1$ pour $r=0$ (au niveau du puits), dans ce cas l'upconing ζ est comme suit :

$$\zeta = \frac{\delta.Q_w}{2.\pi.K.d} \quad (\text{II.46})$$

Alors il résulte pour que le puits ne sera pas envahie d'eau salée, il faut que $\zeta < d$ ce qui donne le débit maximum Q_w max à ne pas dépasser :

$$Q_w \text{ max} < \frac{2.\pi.K.d^2}{\delta} \quad (\text{II.47})$$

Pour considérations de sécurité Bear et Dagan recommandent un $\zeta_{\max} = 0.3d$ ainsi l'équation (II-47) devient :

$$Q_w \max < \frac{0.6.\pi.K.d^2}{\delta} \quad (\text{II.48})$$

Pour le cas d'un drain, l'élévation de l'upconing est donné par :

$$Z = \ln \frac{X^2 + (1 + T)^2}{1 + X^2} \quad (\text{II.49})$$

Avec :

$$Z = \frac{2\pi K \zeta}{\delta q_w}, \quad X = \frac{x}{d}, \quad T = \frac{K.t}{n.d(2.\delta + 1)} \quad (\text{II.50})$$

Notons que la position de l'interface à l'équilibre ne peut pas être atteinte dans ce cas (Cheng & Ouazar, 1999).

II.3 Modèle avec zone de transition (modèle hydrodispersif) :

En réalité, l'approche avec interface abrupte n'est pas toujours représentative du phénomène de l'intrusion des eaux salines dans les aquifères côtiers. Il existe toujours une zone peu épaisse qui sépare les deux liquides eaux douces et eaux salées. Cette zone appelée zone de transition ou de mélange due à la miscibilité des deux liquides. C'est pourquoi dans ce modèle on considère un seul liquide de concentration variable dans l'espace. Dans ce cas l'écoulement est dit à densité variable (density dependent flow).

Les phénomènes de dispersion et de diffusion ont été détaillés dans le chapitre I

L'épaisseur de la zone de transition dépend des phénomènes suivants (Bear et Cheng, 2010):

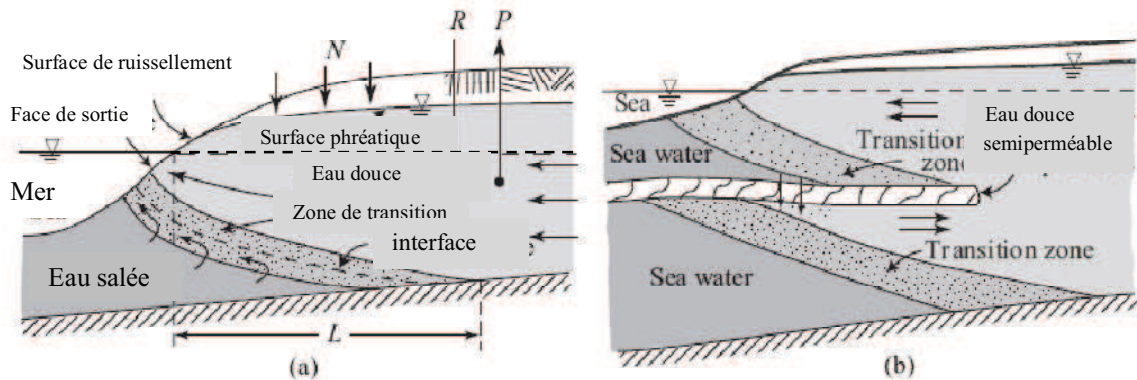
- Convection de l'eau douce vers la mer ou le contraire (intrusion)
- Hydrodynamique dispersion
- Recirculation des eaux de mer et des eaux de mélange.

Les figures (II-10a) et (II-10b) montrent la zone de transition dans un système d'aquifère libre (monocouche) et dans un système multicouches.

II.3.1 Hypothèse de base :

1. Les deux liquides sont miscibles (existence de zone de transition) un seul liquide
2. Validité de la loi de Darcy
3. La masse volumique de l'eau dépend de la concentration en solutés
4. Condition d'isotherme (supposant la température de l'eau est constante).
5. considère la viscosité de l'eau constante).

6. La porosité est supposée indépendante de la concentration en soluté
7. On néglige le phénomène d'adsorption



Figure(II.10) Intrusion marine avec zone de transition dans un aquifère côtier
 a) aquifère monocouche libre b) aquifère bicouche source (Bear et Cheng, 2010)

II.3.2 Modèle mathématique 3D (à densité variable) :

La figure (II-11) montre un aquifère phréatique avec zone de transition séparant l'eau salée et l'eau douce. Le domaine de l'écoulement est limité par ABCDEMFA. Le modèle mathématique décrivant l'intrusion marine consiste à écrire : d'après Bear & Cheng (2010)

- Equation de Balance massique de l'eau (solution saline)
- Equation du flux de Darcy pour l'eau
- Equation de la Balance massique de solutés
- Equation de flux de soluté

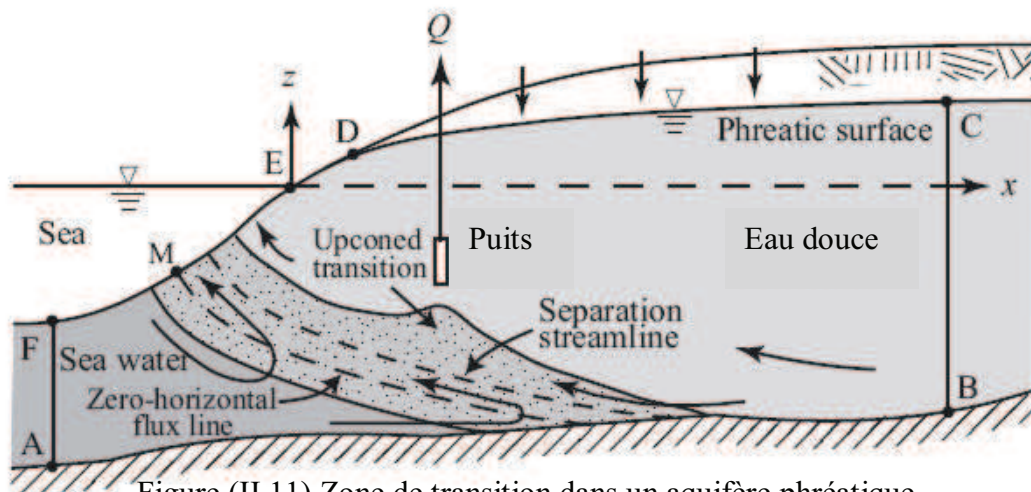


Figure (II.11) Zone de transition dans un aquifère phréatique
 (Source Bear et Cheng, 2010)

La combinaison des deux premières équations constitue l'équation de l'écoulement à densité variable. La combinaison des deux dernières équations constitue l'équation de transport de solutés.

En conclusion, l'intrusion marine dans un aquifère côtier peut être régie par un modèle couplé de l'équation d'écoulement de densité variable et l'équation de transport de soluté.

- Equation de l'écoulement de densité variable (Bear ,1979),(Bear et al., 2001) :

$$S_0 \frac{\partial h}{\partial t} + \phi \varepsilon \frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\rho}{\rho_0} (q_r - q_p) = \frac{1}{\rho_0} \nabla(\rho \phi v) \quad (II.51)$$

- Equation de transport de soluté advection- dispersion Bear (1979) :

$$\frac{\partial \phi c}{\partial t} - q_r c_r + q_p c_p = \nabla(\phi D_h \nabla c - \phi c v) \quad (II.52)$$

- Le flux de darcy de l'eau :

$$\phi v = -K.(\nabla H + \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \nabla Z) \quad (II.53)$$

$$\text{Avec : } \rho = \rho_0(1 + \varepsilon c), \quad \varepsilon = \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0}, \quad K = \frac{k.g.\rho_0}{\mu} \quad (II.54)$$

ϕ : porosité du milieu poreux , S_0 : coefficient d'emménagement spécifique, h : charge hydraulique de référence, c : concentration normalisée , c_p, c_r : les concentrations extrait et injecté respectivement , K :conductivité hydraulique, q_r, q_p :débits injecté et extrait respectivement, ρ :masse volumique du liquide de concentration c , ρ_0 : masse volumique du liquide de référence(eau douce), ρ_s : masse volumique de l'eau salée. ε coefficient du rapport de densités, k : perméabilité intrinsèque du sol, v : vitesse d'écoulement de Darcy

D_h : Tenseur de dispersion hydrodynamique, il est donné par la formule suivante Bear(1979) dans le cas bidimensionnel

$$D_{ij} = \alpha_T v \delta_{ij} + (\alpha_L - \alpha_T) \frac{v_i v_j}{|v|} + D_m \delta_{ij} \quad (II.55)$$

α_L, α_T : sont dispersivités longitudinale et transversale respectivement

δ : symbole de Kronecker, i, j : sont les indices de dimensions

II.3.3. Modèle mathématique en 2D quasi tridimensionnel:

Pour trouver le modèle bidimensionnel plan c à d dans le plan xy , nous suivons les mêmes étapes citées dans (II-2.3) en calculant la valeur moyenne de l'intégrale de des équations d'écoulement et de transport le long de la verticale. Dans ce travail nous reprenons le même modèle développé par Sorek et al., (2001) . La figure (II.12) présente les limites du domaine de notre modèle.

Considérons l'aquifère représenté par la figure (II.12) et notons que $h(x,y,t)$ et $b(x,y)$ sont les limites supérieure et inférieure de l'aquifère

Pour l'équation de l'écoulement :

$$\int_b^h S_0 \frac{\partial h}{\partial t} dz + \int_b^h \phi \varepsilon \frac{\partial c}{\partial t} dz - \int_b^h \frac{\rho}{\rho_0} (q_r - q_p) dz = \int_b^h \frac{1}{\rho_0} \nabla(\rho \phi v) dz \quad (\text{II.56})$$

En appliquant la règle de Leibnitz équation (II-57) (Bear 1979) :

$$\begin{aligned} \int_b^h \nabla A \cdot dz &= \int_b^h \nabla' (A' + \frac{\partial A_z}{\partial z}) dz = \nabla' \int_b^h A' dz - A'|_h \cdot \nabla h + A'|_b \cdot \nabla b + A_z|_h - A_z|_b \\ &= \nabla' \cdot \overline{BA} + A|_h \cdot \nabla(z-h) - A|_b \cdot \nabla(z-b) \end{aligned} \quad (\text{II.57})$$

Et pour n'importe quel scalaire ϕ on a :

$$\int_b^h \frac{\partial \phi}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_b^h \phi \cdot dz - \phi|_h \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + \phi|_b \cdot \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{II.58})$$

Sachant les notations suivantes de la valeur moyenne de l'intégrale de la variable A sur la verticale et de A' :

$$\overline{A} = \frac{1}{b-h} \int_b^h A \cdot dz, \quad A' = (A_x, A_y), \quad \nabla' = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}) \quad (\text{II.59})$$

Admettant que le produit des vitesses par leur dérivées spatiales est négligeable (Polubarinova –Kochina ,1977) cité par Sorek et al. (2001). Selon Bear (1979), les équations du bilan à travers les limites : supérieure (surface libre) et l'inférieure (substratum) sont données comme suit :

$$S_y \frac{\partial(z-h)}{\partial t} + [(\phi v)_h - q_h] \nabla(z-h) = 0 \quad (\text{II.60})$$

$$[(\phi v)_b - q_b] \nabla(z-b) = 0 \quad (\text{II.61})$$

Où S_y est la porosité de drainage (aquifère libre) . supposons que l'écoulement est verticale au dessus de la surface libre et au dessous de la limite inférieure(substratum).

C'est à dire $q_h = [0, 0, -q_h]$ et $q_b = [0, 0, q_b]$

Ainsi (II.60) et (II.61) deviennent :

$$\rho_h S_y \frac{\partial h}{\partial t} - \rho_h q_h = (\rho \phi v)_h \cdot \nabla(z-h) \quad (\text{II.62})$$

$$\rho_b q_b = (\rho \phi v)_b \cdot \nabla(z-b) \quad (\text{II.63})$$

En admettant que les flux normaux dans les deux extrémités de la surface libre sont égaux (Sorek et al., 2001)

$$(\rho \phi v)_{z=h+0} = (\rho \phi v)_h \nabla(z-h) \quad (\text{II-64})$$

$$(\rho \phi v)_{z=h+0} = \rho_h S_y \frac{\partial h}{\partial t} - \rho_h q_h \quad (\text{II-65})$$

De la même manière on écrit l'équation de flux de solide à travers la surface libre et à travers le substratum (Bear ,1979) et (Sorek et al., 2001) :

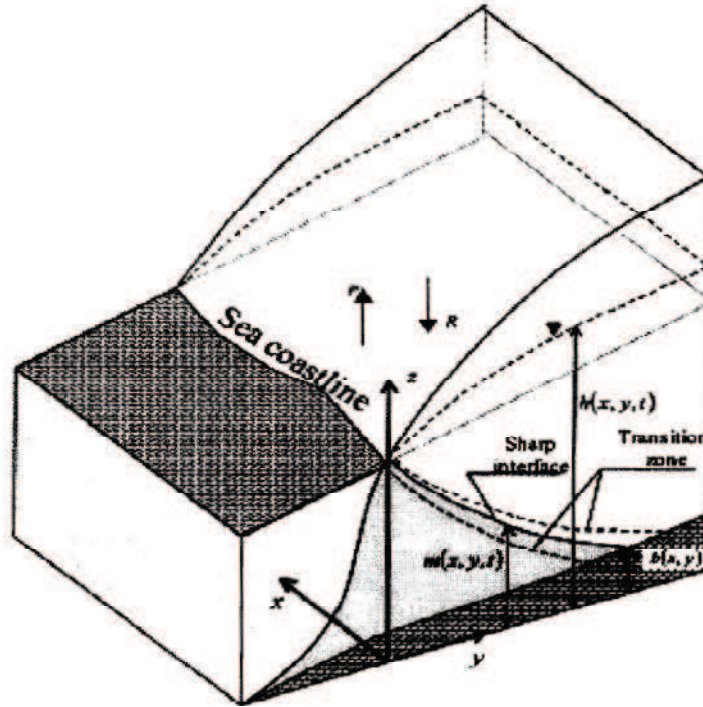


Figure (II.12). Limites du domaine de notre modèle (Sorek et al. ,2001)

$$(c\phi v - \phi D_c \cdot \nabla c)_h \cdot \nabla(z - h) = c_h S_y \frac{\partial h}{\partial t} - c_h q_h \quad (\text{II.66})$$

$$(c\phi v - \phi D_c \cdot \nabla c)_b \cdot \nabla(z - b) = c_b q_b \quad (\text{II.67})$$

En se basant sur les équations (II-62) à (II-65), l'équation (II-56) décrivant la valeur moyenne de l'intégrale de l'équation d'écoulement devient :

$$\bar{\phi} \cdot \varepsilon (h - b) \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{\phi} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} = \frac{1}{\bar{\rho}_0} \nabla' \left\{ (h - b) (\bar{\rho} \bar{\phi} \bar{v}) \right\} + \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} (q_r - q_p) + N \quad (\text{II.68})$$

$$\text{Avec : } \quad \bar{\phi} \bar{v} = \bar{u} = -\bar{k} \left[\nabla' \bar{h} + 0.5(h - b) \nabla' \left(\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \right) \right] \quad (\text{II.69})$$

Avec $q_h = N$ et $\rho_h = \rho_0$

L'équation (II-69) est l'expression du flux de Darcy dans le cas de distribution hydrostatique de la pression.

L'intégrale moyenne le long de la verticale de l'équation de transport (II-52) s'écrit :

$$\int_b^h \frac{\partial \phi c}{\partial t} - q_r c_r + q_p c_p - \nabla (\phi D_h \nabla c - \phi c v) \cdot dz = 0 \quad (\text{II.70})$$

En tenant compte des équations (II-66) et (II-67) l'équation (II-52) devient :

$$(h - b) \bar{\phi} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{\phi} \bar{c} \frac{\partial h}{\partial t} - (h - b) q_r \bar{c}_r + (h - b) q_p \bar{c}_p = \nabla' [(h - b) (\bar{D} \nabla \bar{c} - \bar{u} \bar{c})] \quad (\text{II.71})$$

Avec :

$$\bar{D} = \phi \bar{D}_h + \zeta(1 - \Omega) \bar{c}(h - b) \varepsilon \bar{k} \quad (\text{II-72})$$

L'équation (II-71) est l'équation de transport en 2D (xy) (quasi-tridimensionnelle).

L'expression (II-69) est une bonne approximation de la vitesse de Darcy dans le cas où sa composante verticale est négligeable. Cependant cette expression n'est pas valide dans la zone de transition où la composante verticale de la vitesse n'est pas nulle (Bear, 1979). Dans ce cas on recourt à l'utilisation du modèle de l'interface abrupte qui nous permet d'exprimer la densité en fonction de la profondeur de l'interface (m) (Sorek et al., 2001) :

$$\bar{\rho}(h - b) = \rho_s(m - b) + \rho_0(h - m) \quad (\text{II.73})$$

Ce qui donne :

$$m = \varpi h + (1 - \varpi)b \quad (\text{II.74})$$

Cette expression nous permet de calculer la profondeur de l'interface eau douce- eau salée.

Avec :

$$\varpi = \frac{\bar{\rho} - \rho_0}{\rho_s - \rho_0} \quad (\text{II.75})$$

De même pour le flux de Darcy, on utilise l'équation (II-73) en remplaçant ρ par ainsi l'équation (II-73) en terme de flux de Darcy devient (Sorek et al., 2001) :

$$\bar{u}(h - b) = u_s(m - b) + u_d(h - m) \quad (\text{II.76})$$

Où : $\bar{u} = \varpi.u_s + (1 - \varpi).u_d \quad (\text{II.77})$

Nous calculons les flux de Darcy u_s pour leau salée et u_d pour l'eau douce :

$$u_d = -\bar{K}. \nabla' h \quad (\text{II.78})$$

$$u_s = -\bar{K}. \left[\nabla' h + (h - b) \nabla' \frac{\bar{\rho}}{\rho_s} - \frac{\rho_s - \bar{\rho}}{\rho_s} \nabla' (h - b) \right] \quad (\text{II.79})$$

En combinant (II-78) , (II-79) et (II-77) nous trouvant :

$$\bar{u} = -\bar{K}. \left[\nabla' h + \varpi(h - b) \nabla' \frac{\bar{\rho}}{\rho_s} - \frac{(\rho_s - \bar{\rho}).(\bar{\rho} - \rho_0)}{(\rho_s - \rho_0).\rho_s} \nabla' (h - b) \right] \quad (\text{II.80})$$

La valeur maximale du facteur du troisième terme est presque $6 \times 10^{-3} \ll 1$ donc il est négligeable devant le premier terme.

L'équation (II-80) devient :

$$\bar{u} = -\bar{K}. \left[\nabla' h + \varpi(h - b) \nabla' \frac{\bar{\rho}}{\rho_s} \right] \quad (\text{II.81})$$

Sorek et al.,(2001) généralisent cette équation comme suit :

$$\bar{u} = -\bar{K}. \left[\nabla' h + \Omega(h - b) \nabla' \frac{\bar{\rho}}{\rho_s} \right] \quad (\text{II.82})$$

$$\text{Avec : } \quad \Omega = 0.5\theta + (1 - \theta)\varpi \quad (\text{II.83})$$

C'est un nombre adimensionnel qui est fonction de $\bar{\rho}$.

Pour $\Theta=0.5$ on trouve le modèle d'interface abrupte et

Pour $\Theta=1$ on trouve le modèle à pression hydrostatique.

Sorek et al, (2001) proposent une formule empirique donnant Ω :

$$\Omega = \Omega_0 \left(\frac{\bar{\rho} - \tilde{\rho}}{\rho_s - \tilde{\rho}} \right)^\nu \quad (\text{II.84})$$

C'est cette formule qui sera utilisée par notre modèle.

$\tilde{\rho} = 0.958 \text{ kg/kg}$ est la densité de l'eau aux conditions normales (20°C, 1atm).

Ω_0 et ν sont des constantes à déterminer. $0.5 < \Omega_0 < 1$

Notons aussi pour l'équation de transport en 2D, Le terme $\overline{c\phi v} \neq \bar{c}\bar{\phi}\bar{v}$ à cause de la forte variation de la direction de la vitesse de Darcy dans la zone de transition c à d la composante verticale est non négligeable. Pour estimer $\overline{c\phi v}$ nous procédons par analogie avec le flux de Darcy en utilisant l'approche de l'interface abrupte, ainsi il vient :

$$(h - b)\overline{c\phi v} = u_s \int_b^m c.d\zeta + u_d \int_m^b c.d\zeta \quad (\text{II.85})$$

$$\text{D'où : } \overline{c\phi v} = u.\bar{c} - \xi\bar{c}(1 - \Omega)(h - b).\bar{K}.(-\nabla' \frac{\bar{P}}{\rho_s}) \quad (\text{II.86})$$

$$\text{Avec } \quad \xi = 1 - \frac{1}{\bar{c}(h - m)} \int_m^h c.dz \quad (\text{II.87})$$

C'est un coefficient qui tient compte de la variation de la vitesse dans la direction verticale

Il est égal à un dans le cas du modèle de l'interface abrupte et il est inférieur à un si on tient compte de la dispersion (Sorek et al., 2001)

En utilisant la solution analytique de l'équation d'advection –dispersion en 2D proposée par Cleary et Ungs (1978) cité par sorek et al.(2001) la formule donnant ζ est :

$$\zeta = \frac{a_A}{a_A + \sqrt{a_L.a_T}} \quad (\text{II.88})$$

a_A : dispersivité apparente

a_L, a_T : dispersivités longitudinale et transversale respectivement

En tenant compte de toutes ces équations, les équations décrivant le modèle quasi tridimensionnel de l'intrusion marine pour une nappe libre sont :

- Equation de l'écoulement du fluide de densité variable :

$$\bar{\phi} \cdot \varepsilon (h - b) \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{\phi} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} = \nabla' \left\{ (h - b) \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{k} [\nabla' h + \Omega (h - b) \varepsilon \nabla' \bar{c}] \right\} + \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} (h - b) (q_r - q_p) + N \quad (\text{II.89})$$

Le flux spécifique u est donné par l'équation (14)

- Equation de transport :

$$(h - b) \bar{\phi} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{\phi} \bar{c} \frac{\partial h}{\partial t} - (h - b) q_r \bar{c}_r + (h - b) q_p \bar{c}_p = \nabla' [(h - b) (\bar{D} \nabla \bar{c} - \bar{u} \bar{c})] \quad (\text{II.90})$$

$$\text{Avec } \bar{D} = \phi \bar{D}_h + \zeta (1 - \Omega) \bar{c} (h - b) \varepsilon \bar{k} \quad (\text{II.91})$$

Pour une nappe captive les flux à travers le toit et le substratum sont nuls.

II.3.4 Conditions aux limites du problème :

La figure (II.13) représente les limites du domaine d'étude dans le plan (xy) auxquelles s'appliquent les conditions aux limites

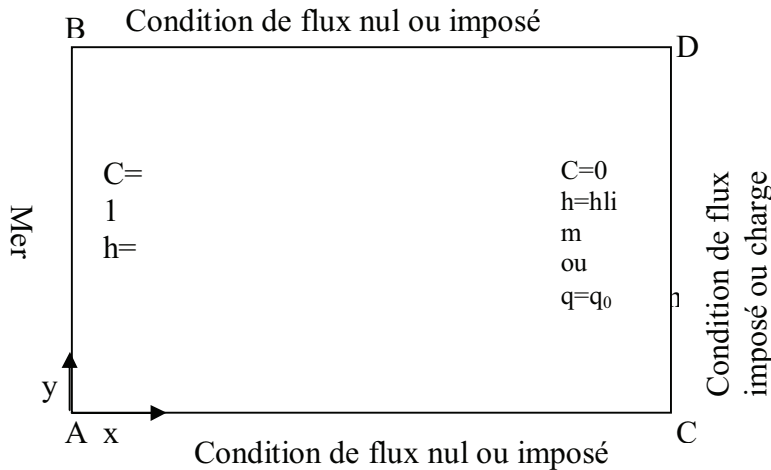


Figure II.13 Conditions aux limites du problème

- Conditions initiales:

$$h(x,y,0)=h_0 \text{ et } c(x,y,0)=0$$

en régime permanent, les valeurs initiales de h et c peuvent être prises égales à zéro.

En régime transitoire, les valeurs initiales sont prises égales soient des valeurs mesurées correspondant au début du temps de simulation ou celles obtenues après simulation en régime permanent.

- Condition de Dirichlet ou charge imposée :

le long de la cote les valeurs de charge hydraulique et concentration de Chlorures sont données comme suit:

a) le long de la cote :

$$h(0,y,t)=0 \text{ par rapport au niveau de la mer}$$

$$c(0,y,t)=1$$

b) le long de la frontière face à la frontière de la mer :

$$c(0,y,t)=0 \text{ loin de la cote.}$$

- Condition de flux imposé :

- Condition de flux imposé sur l'écoulement (débits d'eau douce ou d'eau salée entrant à la nappe)

$$K(h - \zeta_1) \frac{\partial h}{\partial x} \cdot n = q_0 \quad \text{Débit imposé d'eau douce sur limite CD}$$

- Condition de Neumann (flux nul) sur les limites imperméables

$$K(h - \zeta_1) \frac{\partial h}{\partial x} \cdot n = 0 \quad \text{Sur la limite imperméable (BD) et (AC)}$$

- Flux imposé de soluté :

$$D \cdot \frac{\partial c}{\partial x} \cdot n = q_s$$

- Flux nul de soluté (condition de Neumann)

$$D \cdot \frac{\partial c}{\partial x} \cdot n = 0$$

II.4 Conclusion :

A travers ce chapitre nous avons présenté les deux modèles mathématiques quasi tridimensionnels très utilisés pour décrire le phénomène de l'intrusion marine dans le plan (xy).

Le premier modèle est basé sur l'approche interface abrupte, il permet d'écrire les équations aux dérivées partielles d'écoulement d'eau douce et d'eau salée en admettant que les deux fluides sont immiscibles et séparées par une limite abrupte (interface) (Bear, 1979).

Le deuxième modèle est hydrodispersif il n'y a plus d'interface qui sépare les deux liquides mais plutôt une zone de transition où le phénomène de convection diffusion est plus importante. Le modèle tient compte le couplage entre l'équation d'écoulement de densité variable et l'équation de transport de soluté. Ce modèle présenté est le même que celui de Sorek et al., (2001).

Les deux modèles sont quasi tridimensionnels obtenus par intégration moyenne sur la profondeur des équations aux dérivées partielles qui régissent les deux modèles en 3D.

Ensuite nous avons présenté quelques solutions analytiques très utilisées pour valider le modèle à interface abrupte à savoir la solution de Glover qui permet de donner la profondeur de l'interface en fonction de la distance de la cote et notamment la solution analytique de Strack qui tient compte la présence d'un puit.

La modélisation numérique qui consiste à résoudre les deux modèles mathématiques dans le domaine de l'aquifère en tenant compte des conditions aux limites sera détaillée dans les chapitre III et IV.

CHAPITRE III

Modèle numérique avec interface abrupte

Chapitre III Modèle numérique avec interface abrupte

III.1 Introduction :

La résolution numérique des modèles mathématiques cités au chapitre précédent, nécessite l'utilisation de méthodes numériques robustes telles que la méthode des différences finies, méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis. L'application de ces méthodes sur les EDP du problème physique permet de trouver la solution dans le temps et dans l'espace en tenant compte des conditions initiales et aux limites.

La méthode des différences finies est la première utilisée dans la simulation des écoulements en milieu poreux, en effet elle est premièrement utilisée dans le domaine des réservoirs pétroliers Bruce et al. (1953), Peaceman & Rachford (1962) cité par Istock (1989) ensuite elle était appliquée sur l'écoulement en milieux poreux saturé et non saturé Freeze & Witherspoon (1966), Freeze (1971). La méthode était utilisée pour simuler le transport de soluté en milieu poreux Oude Essink (2001), Guo & Bennett (1998), Bonnet & Sauty (1975), Sorek et al (2001), Essaid (1990).

La méthode des éléments finis est la plus utilisée pour la simulation de l'écoulement et du transport de soluté dans les milieux poreux contre les autres méthodes. Elle était mise en oeuvre autour des années 70. Dans le domaine pétrolier Price et al, (1966), pour l'écoulement dans les milieux poreux saturés et non saturés Zienkiewicz et al. (1966), Zienkiewicz & Parekh (1970), Pinder & Frind (1972), Neuman (1973), Reeves & Duguid (1975), Wang & Anderson (1982), Istock (1989), Bear (1979, 2001). Humbert (1986), Huyakorn et al. (1993) Smith & Griffiths (1986).

plusieurs codes de calcul de l'intrusion marine existent sur le marché à savoir SUTRA (Voss, 1984), FEFLOW (Diersch, 2005), SEAWAT de MODFLOW (Guo & Langevin,2002), qui sont basés sur l'approche zone de transition et SIMLAS (Huyakorn et al., 1993), Sharp (Essaid, 1990a,1990b) basés sur l'approche interface abrupte..

Dans ce chapitre on va développer un modèle numérique par éléments finis pour résoudre les équations du modèle à interface abrupte dans le but de calculer la position de l'interface eau douce – eau salée et la distribution spatio-temporelle de la charge hydraulique et les épaisseurs d'eau salée et d'eau douce.

III.2 Présentation de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une technique permettant de discrétiser l'espace et d'approximer par sous domaine la solution recherchée. Elle est basée sur une formulation

intégrale du modèle mathématique à résoudre numériquement. La consistance et la généralité qui sous-tendent la méthode des éléments finis fournissent de nombreux avantages convenant particulièrement à cette recherche. Par exemple, sa flexibilité géométrique mène à une définition efficace des caractéristiques irrégulières communes aux canaux naturels.

En outre, les discrétisations non uniformes se mettent en pratique facilement pour que les éléments se concentrent là où les gradients sont forts, alors que l'on peut utiliser moins d'éléments là où l'écoulement est plus uniforme. Contrairement à la plupart des méthodes de différences finies, qui exigent des algorithmes séparés pour les écoulements fluviaux et torrentiels, la méthode des éléments finis traite les deux écoulements de la même manière.

Ainsi résout-elle les deux régimes simultanément. Par ailleurs, les conditions aux limites s'appliquent sans exiger l'usage de nœuds fictifs. Un intérêt particulier de cette méthode est le fait que l'on puisse l'appliquer à des dimensions supérieures. Comme la méthode des éléments finis est basée sur des intervalles et non pas *sur* des points, l'obtention des solutions se fait sur les éléments plutôt que tout simplement aux nœuds. En variant les fonctions utilisées pour interpoler la solution dans les éléments, une variété de schémas numériques peut être aisément mise en application et testée. De façon générale, cette formulation nous est donnée par l'approche de la méthode des résidus pondérés et plus particulièrement par la méthode de Galerkin en ce qui concerne les équations en mécanique des fluides.

III.2.1 Formulation intégrale

Soit un domaine D quelconque auquel s'applique le système d'équations différentielles suivant :

$$\left\{ \dot{U} \right\} + [L(U)]\{U\} = \{F\} \quad (\text{III.1})$$

Et S est le contour du domaine, sur lequel on retrouve les conditions aux limites suivantes.

$$\{C(U)\} = \{F_s\} \quad (\text{III.2})$$

Ce système d'équations différentielles s'écrit aussi sous la forme

$$\{R(X)\} = \left\{ \dot{U} \right\} + [L(U)]\{U\} - \{F\} = 0 \quad (\text{III.3})$$

La relation (III.3) s'écrit sous la forme variationnelle suivante :

$$W(U) = \int_D \langle \psi \rangle R(U) dD = 0 \quad (\text{III.4})$$

Ou encore

$$W(U) = \int_D \langle \psi \rangle \left[\left\{ \dot{U} \right\} + [L(U)]\{U\} - \{F\} \right] dD = 0 \quad (III.5)$$

Avec $C(U) = F_s$ sur le contour du domaine S .

Où

$\{U\}$: Vecteur des fonctions solutions,

$\left\{ \dot{U} \right\}$: Vecteur des dérivées temporelles de $\{U\}$

$[L(U)]$: Opérateur des dérivées spatiales sur $\{U\}$

$\{F\}$: Les forces volumiques,

$\{R(U)\}$: Vecteur des résidus du système,

$W(U)$: Expression variationnelle.

La méthode des résidus pondérés consiste à chercher des fonctions U qui annulent la forme intégrale de l'équation (4.5) dans laquelle ψ est une fonction de pondération. ψ et U doivent satisfaire les conditions aux limites et être dérivables jusqu'à l'ordre n , où n est l'ordre de dérivée maximale du système d'équations différentielles. La méthode la plus utilisée qui nous propose un choix pour les fonctions de pondération ψ est celle de Galerkin.

III.2.2 Formulation par éléments finis : Méthode de Galerkin

La méthode de Galerkin est la méthode de résidus pondérés la plus utilisée en éléments finis et c'est elle dont nous nous servons dans ce travail. La méthode de Galerkin consiste à choisir comme pondération les fonctions de base qui ont servi à construire la fonction d'interpolation.

À partir de la forme générale (III.4)

$$\int_D \langle \psi \rangle R(X) dD = 0 \quad (III.6)$$

On choisit :

$$\Psi = \{N\}$$

Ceci permet d'écrire la méthode de Galerkin sous forme :

$$W = \int_D \langle N \rangle R(X) dD = 0 \quad (III.7)$$

Les fonctions de pondération N sont introduites dans la forme intégrale sous forme d'un vecteur colonne pour respecter les lois du produit matriciel et ainsi obtenir autant d'équations qu'il y a de fonctions de base.

Le vecteur $\{N\}$ représente ici les fonctions de base de l'approximation nodale de façon globale, c'est-à-dire valide sur l'ensemble du domaine D . Cependant sachant que les fonctions N sont définies seulement sur des sous-domaines élémentaires donc il est propriété de l'intégrale qui consiste à formuler l'intégrale d'un tout comme la somme des intégrales des parties connexes ; ainsi l'expression précédente devient :

$$W = \sum \left[\int_e \{N\} \cdot R(\langle N \rangle) \cdot \{U\} \cdot dD \right] = 0 \quad (III.8)$$

Où les fonctions N sont alors associées spécifiquement à un élément et à ces inconnues, mais expriment aussi le fait que les autres inconnues ne participent pas à l'approximation.

Avec ce choix, il est possible de réduire les dérivées en utilisant une intégration par partie conduisant ainsi à des formes dites faibles.

III.3 Application de la méthode des éléments finis au modèle d'interface abrupte

La forme intégrale du modèle avec interface abrupte s'écrit en appliquant la méthode de Galerkin aux équations gouvernant le phénomène du biseau salé comme suit :

Pour l'équation d'écoulement dans la zone d'eau douce :

$$W = \int_D \{N\} \cdot \left[\nabla' (B_d K_d' \nabla' \tilde{H}_d) - [n_e(1 + \delta)] \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} + n_e(\delta + 1) \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} + R + P_d B_d \right] \cdot dD = 0 \quad (III.9)$$

Et pour l'écoulement dans la zone d'eau salée :

$$W = \int_D \{N\} \cdot \left[\nabla' (B_s K_s' \nabla' \tilde{H}_s) - [n_e(1 + \delta)] \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} + n_e \delta \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} + P_s B_s \right] \cdot dD = 0 \quad (III.10)$$

En intégrant par parties et en utilisant la formule de Gauss l'équation (III.9) devient :

$$\begin{aligned}
 W = & - \int_D \{\nabla'N\} B_d K'_d \cdot \nabla' \tilde{H}_d dD - n_e (1 + \delta) \int_D \{N\} \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} dD + n_e (1 + \delta) \int_D \{N\} \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} dD + \\
 & \int_D \{N\} R dD + \int_D \{N\} P_d B_d dD + \oint_{\Gamma} \{N\} \tilde{n} \cdot B_d K'_d \nabla' \tilde{H}_d \cdot d\Gamma = 0
 \end{aligned} \tag{III.12}$$

Le dernier terme est l'intégrale curviligne sur le contour Γ de la surface du domaine d'étude D . il représente le vecteur du flux normal d'eau douce entrant ou sortant des limites du domaine D . c'est une condition aux limites de types de Neuman ou de Cauchy voir chapitreII.

De la même manière on trouve pour l'équation d'écoulement dans la zone d'eau salée :

$$\begin{aligned}
 W = & - \int_D \{\nabla'N\} B_d K'_d \cdot \nabla' \tilde{H}_d dD - n_e (1 + \delta) \int_D \{N\} \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} dD - n_e (1 + \delta) \int_D \{N\} \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} dD + \\
 & \int_D \{N\} P_s B_s dD + \oint_{\Gamma} \{N\} \tilde{n} \cdot B_s K'_s \nabla' \tilde{H}_s d\Gamma = 0
 \end{aligned} \tag{III.13}$$

III.3.1 Approximation par éléments finis :

Dans cette section nous décrivons la technique d'approximation par éléments finis (sous domaines) qui permet de transformer un système différentiel continu à un système différentiel discrétisé où la variable recherché sera évaluée au niveau des nœuds.

L'approximation par sous domaine consiste à diviser le domaine d'étude D en sous domaines appelés éléments finis D^e . Où exprimer la variable $U(X)$ par interpolation linéaire en fonction des valeurs nodales $\{U^e\}$. Alors nous pouvons écrire :

$$U(x) = \langle N(x) \rangle \cdot \{U_n^e\} \tag{III.14}$$

Avec $N(x)$ sont les fonctions d'interpolation de la variable dans l'élément fini.

$\{U_n^e\}$: Vecteur des valeurs nodales de la variable U

n : le nombre des nœuds de l'élément fini

$$D = \sum_e D^e \tag{III.15}$$

$$W = \sum_e W^e \tag{III.16}$$

W^e : est l'intégrale élémentaire sur le domaine D^e

$$\begin{aligned}
 W^e = & - \int_{D^e} \{\nabla'N\} B_d K'_d \cdot \nabla' \tilde{H}_d dD^e - n_e (1 + \delta) \int_{D^e} \{N\} \frac{\partial \tilde{H}_d}{\partial t} dD^e + n_e (1 + \delta) \int_{D^e} \{N\} \frac{\partial \tilde{H}_s}{\partial t} dD^e + \\
 & \int_{D^e} \{N\} R dD^e + \int_{D^e} \{N\} P_d B_d dD^e + \oint_{\Gamma^e} \{N\} \tilde{n} \cdot B_d K'_d \nabla' \tilde{H}_d d\Gamma^e = 0
 \end{aligned} \tag{III.17}$$

La méthode d'approximation par éléments finis est une méthode particulière d'approximation par sous domaines qui présente les particularités suivantes :

L'approximation nodale sur chaque sous-domaine D^e ne fait intervenir que les variables nodales attachées à des noeuds situés sur D^e et sur sa frontière.

Les fonctions approchées $u^e(x)$ sur chaque sous-domaine D^e sont construites de manière à être continues sur D^e et elles satisfont des conditions de continuité entre les différents sous-domaines.

III.3.2 Approximation sur un élément de référence:

De manière à simplifier la définition analytique des éléments de forme complexe nous utilisons l'élément de référence de forme très simple repéré dans un espace de référence qui peut être transformé en chaque élément réel par une transformation géométrique τ . par exemple dans le cas d'un élément carrés linéaire a 4 noeuds:

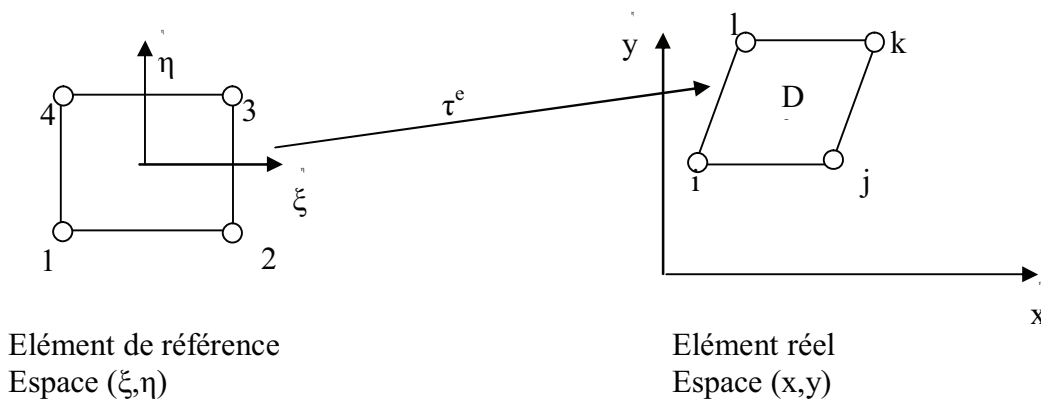


Figure III.1 : Transformation de l'élément de référence en élément réel

Dans le cas de cette étude :

La transformation τ définit les coordonnées x de chaque point de l'élément réel à partir des coordonnées ξ du point correspondant de l'élément de référence.

$$\tau : \xi \rightarrow x = x(\xi) = [\bar{N}(\xi)]\{X_n\} \tag{III.18}$$

Avec :

Les fonctions \bar{N} sont des polynômes en ξ appelées fonctions de transformation géométrique (interpolation géométrique).

$\{x_n\}$ vecteur des coordonnées des nœuds de l'élément réel e.

n: nombre des nœuds de l'élément fini égale 4 pour un élément quadrilatéral et égale à 3 pour un élément triangulaire.

Un élément fini est dit iso-paramétrique si les fonctions d'interpolations géométriques \bar{N} sont les égales aux fonctions (N) d'interpolation linéaire de la variable U

Chaque transformation est choisie de manière à présenter les propriétés suivantes :

- Elle est bijective en tout point (ξ, η) .
- Les noeuds géométriques de l'élément de référence se transforment en noeuds géométriques de l'élément réel.
- Chaque portion de frontière de l'élément de référence, définie par les noeuds géométriques de cette frontière, correspond à la portion de frontière de l'élément réel définie par les noeuds correspondants.

Dans notre travail on opte pour élément fini isoparamétrique à quatre nœuds.

Afin d'établir les matrices du système dans l'élément de référence, nous présentons dans ce qui suit les différentes étapes de transformation.

III.3.3 Propriétés de la fonction approchée:

Propriétés fondamentales de l'approximation nodale:

La fonction approchée $u(x)$ coïncide avec la fonction exacte $u_{ex}(x)$ en tous les noeuds d'interpolation de l'élément de coordonnées x_i :

$$u_{ex}(x_i) = u(x_i) = u_i = \langle N_1(x_i) N_2(x_i) \dots N_n(x_i) \rangle \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} = \langle N \rangle \{u_n\} \quad (III.19)$$

D'où:

$$N_j(x_i) = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases} \quad (III.20)$$

Avec le même raisonnement et en utilisant l'approximation sur l'élément de référence, nous obtenons :

$$\mathbf{u}_{\text{ex}}(\xi_i) = u(\xi_i) = u_i = \langle N_1(\xi_i) N_2(\xi_i) \dots N_n(\xi_i) \rangle \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n \end{Bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

D'où :

$$N_j(\xi_i) = \begin{cases} 0 & (\text{sii} \neq j) \\ 1 & (\text{sii} = j) \end{cases}$$

III.3.4 Continuité sur l'élément fini

Pour que la fonction approchée $u(x)$ soit continue sur l'élément, ainsi que ses dérivées jusqu'à l'ordre m , il faut que les fonctions $N_i(x)$ soient continues et à dérivées continues jusqu'à l'ordre m .

III.3.4.1 Notion de continuité inter élémentaire:

Un élément offre une certaine continuité lorsque la fonction d'interpolation sur les limites géométriques de l'enlèvement n'est fonction que des valeurs nodales constituant cette frontière.

Autrement dit, si nous désirons que $u(x)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre m soient continus sur une frontière commune à deux éléments, il faut que $u(x)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre m dépendent de manière unique des seules variables nodales associées aux nœuds de cette frontière. Dans ce cas, on dit que l'approximation est de type C^m .

III.5 Transformation des opérateurs de dérivation:

Comme l'approximation (III.19) sur l'élément réel est souvent compliquée nous utilisons systématiquement l'approximation (III.21) sur l'élément de référence :

$$\mathbf{u}_{\text{ex}} \approx u(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{ \mathbf{u}_n \} \mathbf{u}_{\text{ex}} \approx u(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{ \mathbf{u}_n \} \quad (\text{III.22})$$

Associée à la transformation (III.):

$$\begin{cases} \tau : \xi \rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{x}(\xi) = \langle \bar{N}(\xi) \rangle \{ \mathbf{x}_n \} \\ \quad \quad \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} = \langle \mathbf{x} \mathbf{y} \rangle \\ \xi = \langle \xi \eta \rangle \end{array} \right. \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

La transformation τ étant bijective :

$$\tau^{-1} : \mathbf{x} \rightarrow \xi = \xi(\mathbf{x}) \quad (\text{III.24})$$

Si nous disposons explicitement de (III.), nous pouvons reporter $e(x)$ dans (III.) pour obtenir l'approximation sur l'élément réel :

$$u[\xi(x)] = \langle N(\xi(x)) \rangle \{u_n\} = \langle N(x) \rangle \{u_n\} = u(x) \quad (III.25)$$

Toutes les expressions qui impliquent des dérivées de u en x, y sont transformées en dérivées en ξ et η grâce à la matrice de transformation dite matrice jacobienne $[J]$.

Nous devons utiliser le principe de dérivation en chaîne pour le calcul des dérivées en ξ d'une fonction ϕ à partir de ses dérivées en x :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\delta \phi}{\delta \xi} \\ \frac{\delta \phi}{\delta \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \xi} \\ \frac{\delta x}{\delta \eta} & \frac{\delta y}{\delta \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\delta \phi}{\delta x} \\ \frac{\delta \phi}{\delta y} \end{Bmatrix} \quad (III.26)$$

Ce qui nous noterons :

$$\{\delta_\xi\} = [J] \{\delta_x\} \quad (III.27)$$

Où $[J]$ est la matrice jacobienne de la transformation géométrique dont les termes sont obtenus par dérivation par rapport à ξ de la relation (III.23) que nous réécrivons sous la forme :

$$\langle xy \rangle = \langle \bar{N}(\xi) \rangle [\{x_n\} \{y_n\}] \quad (III.28)$$

$\{x_n\}$ et $\{y_n\}$ étant les coordonnées x, y des nœuds géométriques de l'élément. La matrice jacobienne s'écrit:

$$[j] = \begin{Bmatrix} \frac{\delta}{\delta \xi} \\ \frac{\delta}{\delta \eta} \end{Bmatrix} \langle xy \rangle = \begin{bmatrix} \langle \bar{N}_{,\xi} \rangle \\ \langle \bar{N}_{,\eta} \rangle \end{bmatrix} [\{x_n\} \{y_n\}] \quad (III.29)$$

Elle est donc le produit de deux matrices, l'une contenant les dérivées en ξ des fonctions de transformation géométriques, et l'autre les coordonnées des n nœuds géométriques de l'élément.

Transformation des intégrales:

Le changement de variable (III.28) permet de passer de l'intégration d'une fonction ϕ sur l'élément réel V^e à une intégration plus simple sur l'élément de référence V^r :

$$\int_{V^e} \phi(x) dx dy = \int_{V^r} \phi[x(\xi)] \det(J) d\xi d\eta \quad (III.30)$$

$\det(J)$ étant le déterminant de la matrice jacobienne $[J]$. En effet, en repère cartésien orthonormé, l'élément de surface dS est le produit mixte :

$dS = (d\vec{x} \cdot d\vec{y})$ et dans le repère curviligne (ξ, η) :

$$dS = (d\vec{\xi} \cdot d\vec{\eta})$$

Les composantes de ces vecteurs dans un repère cartésien sont :

$$\begin{cases} d\vec{\xi} = (J_{11} \vec{i} + J_{21} \vec{j}) d\xi \\ d\vec{\eta} = (J_{12} \vec{i} + J_{22} \vec{j}) d\eta \end{cases}$$

Le produit mixte s'écrit donc :

$$dS = \det(J) d\xi d\eta \quad (III.31)$$

Discrétisation de la forme intégrale

Après discrétisation du domaine D en éléments finis et en remplaçant l'équation (III.14) dans l'équation (III.17) Il devient :

$$\begin{aligned} W^e = & - \int_{D^e} \langle \nabla' N \rangle^t B_d K'_d \langle \nabla' N \rangle \{H_d^e\} dD^e - n_e (1 + \delta) \int_{D^e} \{N\}^t \cdot \{N\} \frac{\partial \{H_d^e\}}{\partial t} dD^e + \\ & n_e (1 + \delta) \int_{D^e} \{N\} \{N\} \frac{\partial \{H_s^e\}}{\partial t} dD^e + \int_{D^e} \{N\} R dD^e + \int_{D^e} \{N\} P_d B_d dD^e + \oint_{\Gamma^e} \{N\} \vec{n} \cdot B_d K'_d \nabla' \tilde{H}_d d\Gamma^e = 0 \end{aligned} \quad (III.32)$$

Le système d'équation élémentaire d'eau douce devient :

$$C_d^e \{ \dot{H}_d^e \} + K_d^e \{ H_d^e \} = [F_d^e] \quad (III.33)$$

Avec :

C_d^e matrice masse élémentaire de l'eau douce

$$C_d^e = -n_e (1 + \delta) \int_{D^e} N^t \cdot N \cdot dD^e \quad (III.34)$$

K_d^e : matrice de rigidité élémentaire

$$K_d^e = - \int_{D^e} \nabla' N^t \cdot B_d \cdot k^e \cdot \nabla' N \cdot dD^e \quad (III.35)$$

F_d^e = terme de source + terme de H_s + terme conditions aux limites (flux)

$$\begin{aligned} F_d^e = & \int_{D^e} N \cdot R^e \cdot dD^e + \int_{D^e} -N \cdot B_d \cdot p_d^e \cdot dD^e + n_e (1 + \delta) \cdot \{ \dot{H}_s^e \} \int_{D^e} N^t \cdot N \cdot dD^e \\ & - \int_{\Gamma^E} B_d \cdot N \cdot q_{nd}^e \cdot d\Gamma^e \end{aligned} \quad (III.36)$$

Après assemblage des matrices élémentaires nous obtenons le système global :

$$C_d \{ \dot{H}_d \} + K_d \{ H_d \} = [F_d] \quad (III.37)$$

Avec

$$C_d = \sum_e C_d^e, \quad K_d = \sum_e K_d^e \quad \text{et} \quad F_d = \sum_e F_d^e$$

On suit la même méthode pour discrétiser la formulation intégrale de l'équation d'écoulement dans la zone salée. Nous obtenons le système suivant :

$$C_s \{\dot{H}_s\} + K_s \{H_s\} = [F_s] \quad (\text{III.38})$$

Avec :

$$C_s = \sum_e \int_{D^e} -n_e(1+\delta).N^t.N.dD^e \quad (\text{III.39})$$

$$K_s = \sum_e \int_{D^e} -\nabla'N^t.B_s.k^e.\nabla'N.dD^e \quad (\text{III.40})$$

$$F_s = \sum_e \left(- \int_{D^e} N.B_d.p_s^e dD^e - n_e(1+\delta).\{H_d^e\} \int_{D^e} N^t.N.dD^e - \int_{\Gamma^e} B_s.N.q_{ns}^e.d\Gamma^e \right) \quad (\text{III.41})$$

C, K et F sont les matrices globales de masse, de rigidité et vecteur sollicitations du système.

q_n^e : vecteur élémentaire de flux normal à la frontière Γ^e

p : débit extrait ou injecté (puits ou source)

Indices d et s représentent eau douce et eau salée respectivement.

III.6 Discrétisation temporelle :

Dans les systèmes d'équations d'eau douce ou d'eau salés apparaissent les termes dérivés temporaires des vecteurs charges hydrauliques d'eau douce ou d'eau salée.

La discrétisation temporelle des équations matricielles (III.37) et (III.38) est assurée par la méthode des différences finies. Il existe Plusieurs schémas de différences finies dans le temps pour la discrétisation de tels systèmes d'équations appelés Schémas de Thêta (Θ - schèmes).

La discrétisation temporelle consiste à approximer le vecteur de la variable $\{H\}$ et sa dérivée $\{\dot{H}\}$ dans le temps comme suit :

$$\{H(\theta)\} = (1-\theta)\{H(t)\} + \theta.\{H(t+\Delta t)\} \quad (\text{III.42})$$

Et

$$\{\dot{H}\} = \frac{\{H(t+\Delta t)\} - \{H(t)\}}{\Delta t} \quad (\text{III.43})$$

Le vecteur des conditions aux limites F est approximé de la même manière

$$\{F\} = (1-\theta)\{F\}_t + \theta\{F\}_{t+\Delta t} \quad (\text{III.44})$$

En remplaçant les équations (III.42), (III.43) et (III.44) dans l'équation (III.37) on obtient :

$$([C] + \theta.\Delta t[K])\{H\}_{t+\Delta t} = ([C] - (1-\theta)\Delta t.[K])\{H\}_t + \Delta t.((1-\theta)\{F\}_t + \theta\{F\}_{t+\Delta t}) \quad (\text{III.45})$$

Si $\theta=0$ on trouve le schéma de différences finies explicite

Si $\theta=1/2$ on trouve le schéma de différences finies centrée ou schéma de Grank Nicholson

Si $\theta=1$ on trouve le schéma de différences finies implicite

Le système matriciel (III.45) peut être appliqué soit sur l'écoulement dans la zone d'eau douce ou dans zone d'eau salée.

$[C]$ est la matrice de masse, elle peut prendre $[C_d]$ ou $[C_s]$ de l'écoulement dans les deux zones respectivement.

$[K]$ est la matrice de rigidité, elle peut prendre $[K_d]$ ou $[K_s]$ de l'écoulement dans les deux zones respectivement.

Le choix de θ est plus important, les schémas explicites bien que sont faciles à mettre en ouvre dans le code de calcul, ils engendrent une instabilité numérique de la solution si on respecte pas un pas de temps vérifiant la condition du nombre de Courant $Cr < 1$.

$$Cr = v \cdot \Delta t / \Delta x$$

v : vitesse de Darcy , Δt : pas de temps, Δx = longueur de l'élément dans la direction du vecteur vitesse v

L'utilisation des schémas implicite ou semi implicite permet d'assurer la convergence de la solution numérique.

Le schéma de Grank Nicholson engendre une erreur $\Theta(\Delta t^2)$ mais il présente une certaine instabilité numérique qui n'est pas le cas pour le schéma totalement implicite ($\theta=1$) malgré qu'il résulte une erreur de $\Theta(\Delta t)$ supérieure à la précédente (Reeves & Duguid, 1975)

Si on pose $[A]=[C]+\theta\Delta t[K]$, $[B]=[C]-(1-\theta)\Delta t[K]$, et $\{F_G\} = (1-\theta) \{F\}_t + \theta \{F\}_{t+\Delta t}$

L'équation (III.45) devient :

$$[A]\{H\}_{t+\Delta t} = [B]\{H\}_t + \Delta t\{F_G\} \quad (III.46)$$

Dans ce travail on choisit le schéma totalement implicite ($\theta=1$) ainsi il vient

$$[A]=[C]+\Delta t[K] \text{ et } [B]=[C]$$

Ainsi le système matriciel (III.46) devient

$$[A]\{H\}_{t+\Delta t} = [B]\{H\}_t + \Delta t.\{F_G\}_{t+\Delta t} \quad (III.47)$$

Les matrices A et B sont des matrices bandes symétriques.

Le système matriciel (III.47) est non linéaire du fait que la position de la surface libre est une inconnue du problème. La linéarisation de ce système nécessite l'utilisation des méthodes itératives telles que la méthode de point fixe ou de Newton – Raphson.

Dans ce travail nous avons choisi la méthode de point fixe car c'est la plus simple et plus facile à mettre en ouvre dans le code de calcul par rapport à la méthode de Newton –

Raphson. En tenant compte de la solution initiale à $t=t_0$ qui peut être fixée égale à la solution du régime permanent où soit prise égale la valeur mesurée au temps $t=t_0$.

III.7 Algorithme de résolution :

L'algorithme du code de calcul SHARPINT tient compte du couplage des écoulements d'eau douce et d'eau salée. Les deux variables sont dépendantes par la position de l'interface abrupte. En effet, à chaque pas de temps, à chaque itération sur la variable charge hydraulique d'eau salée on résout le système matriciel (III.46) itérativement pour la variable charge hydraulique d'eau douce jusqu'à la convergence, puis on résout le même système en terme de charge hydraulique d'eau salée et la procédure est répétée à chaque itération sur la charge hydraulique d'eau salée jusqu'à la convergence. On procède de la même manière au prochain pas de temps.

Puisque le système matriciel (III.47) est non linéaire, nous sommes ramenés à calculer à chaque itération et à chaque pas de temps les matrices de ce système. De ce fait, on fait l'assemblage des matrices chaque fois.

La convergence est assurée si la condition suivante sur les deux variables : charge hydraulique d'eau douce et d'eau salée est vérifiée :

$$\left| \frac{H_i^{j+1} - H_i^j}{H_i^j} \right| < \text{tol} \quad (\text{III.48})$$

H_i^{j+1} : Charge hydraulique (eau douce ou eau salée) à l'itération $j+1$ et au pas de temps i

H_i^j : Charge hydraulique (eau douce ou eau salée) à l'itération j et au pas de temps i

tol: tolérance, généralement égale à 10^{-3} .

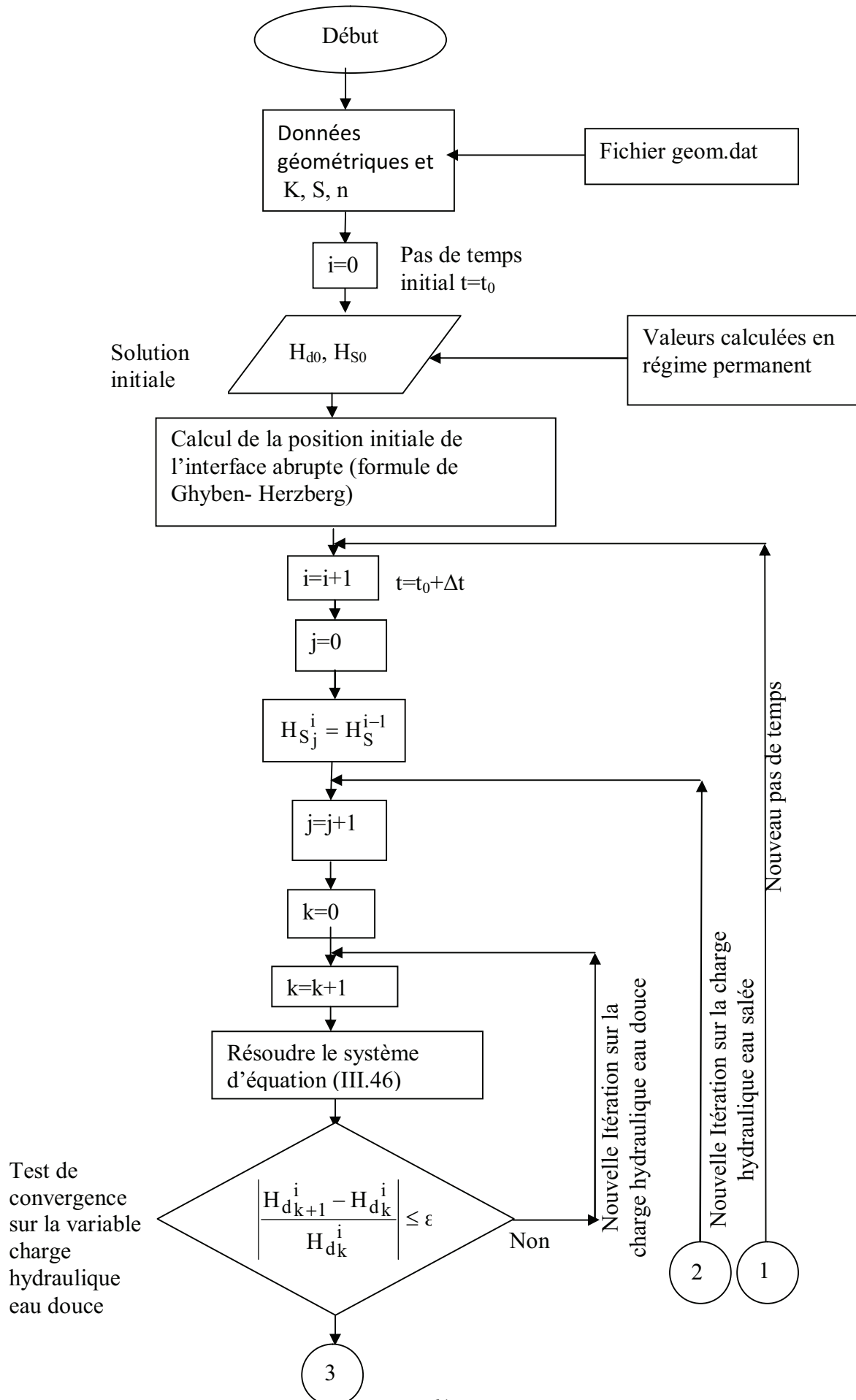
Les matrices bandes A et B sont symétriques, le stockage de ces deux matrices consiste à minimiser au maximum l'espace mémoire réservé. Les méthodes de stockage et de la résolution du système linéaire sont les mêmes décrites par Smith et Griffiths (1986).

Le principe de la méthode consiste à stocker les matrices A et B dans des vecteurs de longueur $n*(iw+1)$.

Avec iw : largeur bande des matrices A et B

n : nombre des équations du problème égale à la taille du vecteur charge hydraulique d'eau douce ou d'eau salée.

L'organigramme du code de calcul SHARPINT est illustré par la figure (III.2).



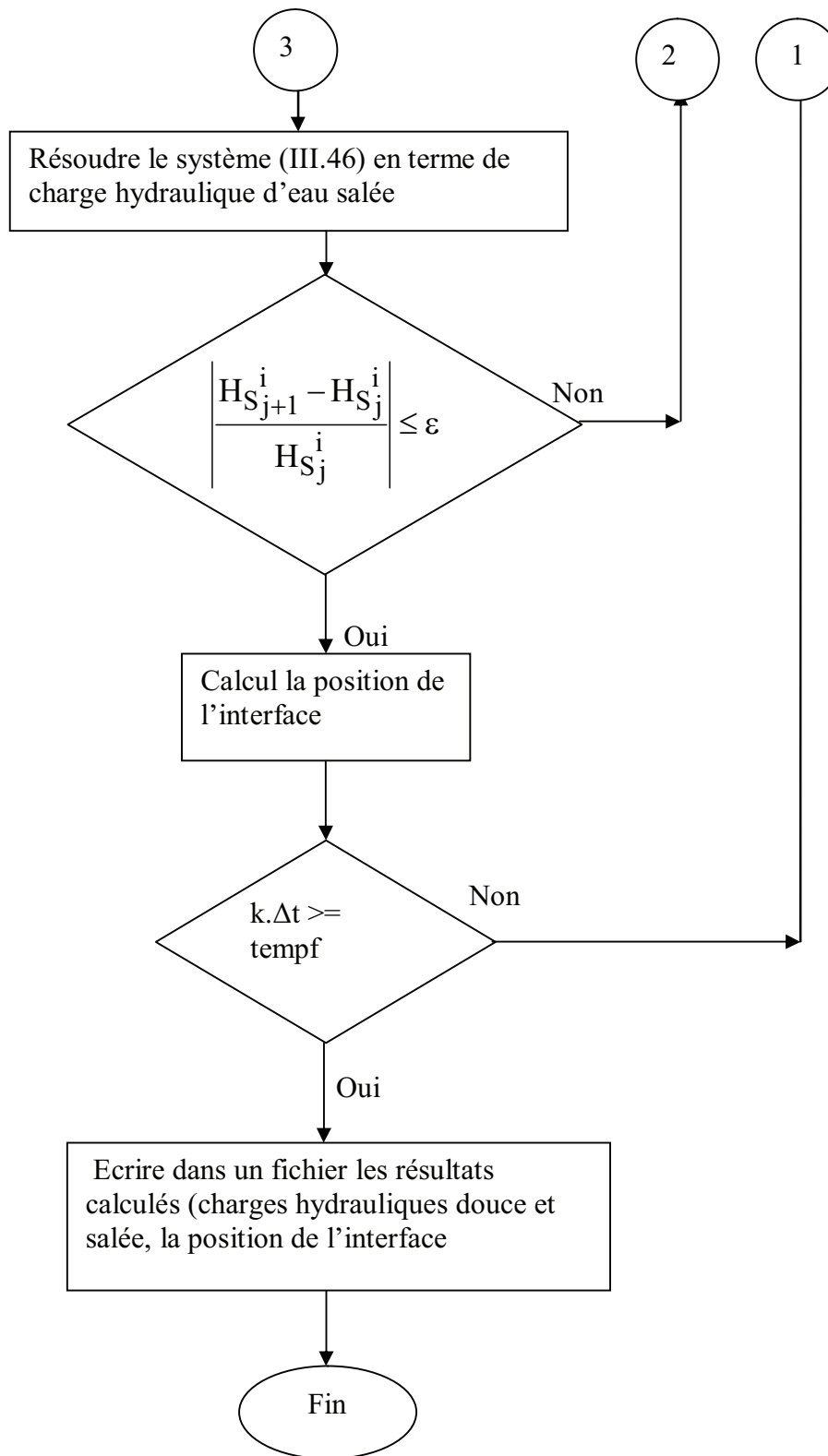


Figure III. 2 Organigramme de calcul du code SHARPINT

III.8 Mise en œuvre du code :

Le code de calcul « SHARPINT » ainsi développé est écrit en langage Fortran 90. Il est composé comme tout autre code de calcul par éléments finis de trois étapes principales :

III.8.1 Etape de prétraitement (programme maillage):

Cette étape consiste à préparer les données nécessaires à l'étape de traitement afin de résoudre le problème physique. Le maillage automatique de la structure constitue le fond de cette étape.

Le programme « maillage » permet générer le maillage automatique de l'aquifère dans le plan (xy) et fournir les différentes conditions aux limites existantes. Les éléments finis utilisés par ce module est quadrilatéraux (4 nœuds).

Les données de maillages nécessaires que peut fournir ce programme sont :

- Nombre des nœuds et nombres des éléments quadrilatéraux (nn,ne)
- Connectivité des éléments
- Données du type de Matériau de chaque élément (perméabilité, porosité , dispersivité, diffusion moléculaire)
- Nombre et numéros des nœuds où s'appliquent les conditions aux limites (condition de Dirichlet , de Neuman et de Cauchy).

Toutes ces données sont stockés dans un fichier 'input.dat' généré par le programme maillage et qui sera utilisé par le deuxième programme principale dans l'étape de traitement

III.8.2 Etape de traitement :

Cette étape constitue le cœur du code de calcul car c'est dans cette étape qu'on va résoudre le problème physique et déterminer ainsi les valeurs des inconnues du problème (charge hydraulique). Les étapes formant le programme principal sont :

1. Déclaration des variables (allocation des espaces mémoires)
2. Sous programme input (fichier préparé à l'aide du programme maillage)
3. Sous programme assemble : permet le calcul des matrices élémentaires et faire leur assemblage. Dans ce sous programme on stocke les matrices bandes calculées sous forme de vecteurs. Cette opération est assurée par le sous programme formkv (Smith et Griffiths , 1986).
4. Condition aux limites : l'introduction des conditions aux limites est assuré par le sous programme Boundary. Dans ce sous programme nous traitons les conditions de Dirichlet (charge constante) par la méthode dite de pénalisation. Elle consiste à ajouter

un nombre très grand de l'ordre $1.e^{+12}$ (suivant la précision de la machine) aux termes de la matrice où s'appliquent les conditions aux limites de type Dirichlet,

5. Résolution du système matriciel : la résolution du système matriciel se déroule en deux étapes :
 - Etape de triangulation : elle consiste de transformer la matrice bande stockée dans un vecteur en une matrice triangulaire supérieure par élimination de Gauss toujours sous forme d'un vecteur. Cette procédure est assurée par le sous programme Banred (réduction de la matrice bande)
 - Etape résolution : cette étape consiste à calculer la variable charge hydraulique par substitution (arrière) en commençant de la dernière ligne vers la première ligne. Cette technique est assurée par le sous programme Backsub (back substitution).Les deux dernières techniques sont détaillées par smith et Griffiths (1986) dans leur ouvrage « programming the finite element method».
6. Calcul de la position de l'interface : après le calcul des charges hydrauliques d'eau douce et d'eau salée, nous calculons la position de l'interface eau douce - eau salée en utilisant la formule de Badon Ghyben- Herzberg(GBH). Le sous programme interface permet de calculer la position de cette interface.
7. Sortie des résultats : Les résultats de calculs représentés par les valeurs nodales des charges hydrauliques d'eau douce et d'eau salée et la profondeur de l'interface seront stockés dans un fichier d'extension .dat afin de pouvoir l'utiliser dans l'étape de post-traitement.

III.8.3 Etape de post-traitement :

Dans cette étape on essayera de représenter les résultats de calcul sous forme graphique à partir du fichier de résultat dans les deux plans (xy) et (xz).

Les graphiques illustrés dans cette étape concernent les contours de charge hydraulique d'eau douce (isopiezes), contours du potentiel de Strack et la position de l'interface dans les plans (xz) et (xy).

Pour tracer les contours on utilise le logiciel Surfer et pour les graphiques de la profondeur de l'interface en fonction de la distance à la mer on utilise le logiciel Excel.

Enfin les trois étapes seront regroupées dans notre code de calcul sous forme de fichier d'extension.bat. Il consiste à exécuter les trois programmes dans l'ordre et transférer les données. Premièrement, on exécute le programme maillage, puis le programme Sharpint qui utilise les résultats trouvés par le programme maillage comme données, puis surfer ou Excel pour la représentation graphique des résultats.

La figure (III.3) représente l'organigramme d'exécution des trois programmes qui constituent la structure de notre code de calcul.

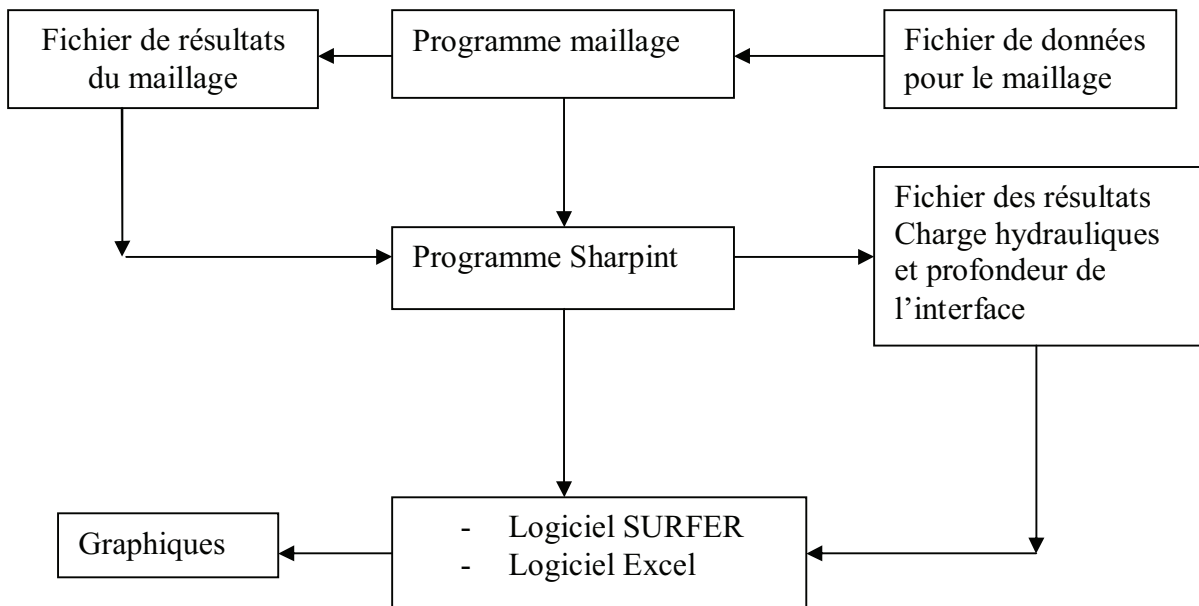


Figure III.3 Etapes d'exécution du code de calcul Sharpint

III.9 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons expliqué le principe de la méthode des éléments finis et les étapes d'élaboration d'un code par éléments finis. L'application du principe de Galerkin sur les EDP du modèle interface abrupte de l'intrusion marine, a conduit après discrétisation du domaine d'étude en éléments finis à résoudre deux systèmes matriciels non linéaires couplés. La linéarisation de ces systèmes matriciels est assurée par la méthode itérative de point fixe ou dite méthode de Picard. Elle consiste à résoudre itérativement le premier système en terme de charge hydraulique d'eau douce en fixant la valeur initiale de la charge hydraulique d'eau salée ensuite on résout le deuxième système en calculant la valeur de la charge hydraulique d'eau salée en fonction de la valeur de la charge d'eau douce ainsi calculée. Cette procédure est répétée jusqu'à la convergence des deux solutions et à chaque pas de temps. Malgré cette méthode est plus coûteuse elle est plus simple à mettre en œuvre contre la méthode de Newton- Raphson.

A la fin de ce chapitre nous avons donné un aperçu sur la structure du code de calcul Sharpint et l'organigramme de son exécution.

CHAPITRE IV

Solution numérique du modèle hydrodispersif

Chapitre IV Solution numérique du modèle hydrodispersif

IV.1 Introduction

Comme c'est montré dans le chapitre II, l'intrusion marine dans un aquifère côtier peut être décrite réellement par un modèle couplé de l'écoulement densitaire et de transport de solutés (modèle hydrodispersif).

La modélisation numérique de ce problème a été largement traitée et faisait l'objet de plusieurs travaux de recherche qui ont aboutit à l'élaboration de plusieurs logiciels de simulation. Les principaux logiciels sont déjà cités dans le chapitre III.

Dans le présent chapitre nous allons appliquer la méthode des éléments finis pour résoudre les EDP du modèle hydrodispersifs quasi-tridimensionnel. Il est à noter que la résolution de l'équation de transport (convection – diffusion) à convection dominante par la méthode classique de Galerkin engendre des oscillations de la solution lorsque nombre de Peclet est supérieur à un. Une telle condition fait que cette méthode est très coûteuse en terme de temps d'exécution. En effet, elle nécessite la réduction de la taille de l'élément fini et par conséquence augmentation des tailles des matrices en augmentant le nombre des éléments et des nœuds.

Afin de surmonter ce problème, il existe plusieurs méthodes à appliquer pour stabiliser l'équation de transport. La méthode dite de Streamline Upwind Petrov-Galerkin (SUPG) est l'une de ces méthodes.

IV.2 Principe de la méthode SUPG :

La résolution numérique de l'équation d'advection-diffusion-réaction peut être perturbée par des oscillations lorsque le terme d'advection est grand par rapport au terme de diffusion. La méthode des éléments finis classiques est instable en cas d'écoulement où l'advection est très dominante. C'est pour contrer cette instabilité que la méthode Streamline-Upwind/Petrov-Galerkin(SUPG) a été développée. Il s'agit alors d'introduire un terme de stabilisation à la formulation variationnelle.

La méthode SUPG est une contribution majeure de T.J.R. Hughes aux éléments finis (Hughes et al., 1979, Brooks et Hughes, 1982). La méthode SUPG est une façon de stabiliser numériquement ces éléments finis. Le terme de stabilisation est orienté le long des lignes de

courant, pour induire assez de viscosité artificielle pour supprimer les instabilités sans altérer la précision de la méthode.

Dans notre cas, la diffusion est très petite devant l'advection, ce qui génère de fortes oscillations, plus précisément avec le nombre de Peclet on a alors $Pe = vh/D \gg 1$.

Puisque les oscillations vues dans la solution par la méthode classique de Galerkin ont un caractère spatial, il est logique de penser à une autre pondération spatiale. Comme ces oscillations sont dues à la convection dominante, de nombreux auteurs (Heinrich et al.,1977). (Hughes, 1982) et (Codina, 1998)) proposent des fonctions de pondérations spatiales décentrées, ce procédé constitue la méthode de SUPG.

La fonction de pondération prend la forme suivante :

$$W_j = N_j + F_j \quad (IV.1)$$

Où F_j est la fonction de décentrage (en anglais « upwind function ») dont le degré définit l'ordre de décentrage (Biver, 1993).

IV.2.1 Problème unidimensionnel :

Pour le cas des problèmes unidimensionnels traités avec des éléments finis linéaires à 2 nœuds, les fonctions d'interpolation de Galerkin et de pondération s'écrivent :

$$N_1(\xi) = (1 - \xi)/2 \quad W_1(\xi) = N_1(\xi) - \alpha.f(\xi) \quad (IV.2)$$

$$N_2(\xi) = (1 + \xi)/2 \quad W_2(\xi) = N_2(\xi) + \alpha.f(\xi) \quad (IV.3)$$

ξ étant la coordonnée locale de l'élément fini.

Le nœud 2 étant en amont du nœud 1 par rapport au courant convectif v .

$$\text{Hughes (1982) prend } f(\xi)=1 \text{ (décentrage d'ordre } n-1) \quad (IV.4)$$

$$\text{Zienkiewics (1977) propose } f(\xi)=3/4.(1-\xi).(1+\xi) \text{ (décentrage d'ordre } n+1) \quad (IV.5)$$

n étant le degré des fonction d'interpolation (1 dans notre cas).

α est donné par Hughes (1982) :

$$\alpha = \coth\left(\frac{Pe}{2}\right) - \frac{2}{Pe} \quad (IV.6)$$

Avec :

$$Pe = V.\Delta x/D_{HL} \text{ nombre de Péclet du problème unidimensionnel} \quad (IV.7)$$

Δx : longueur de l'élément fini (cas unidimensionnel)

D_{hL} : dispersivité longitudinale

Le nombre de Péclet défini par l'équation (IV.7) compare l'effet convectif et l'effet diffusif au niveau de l'élément fini.

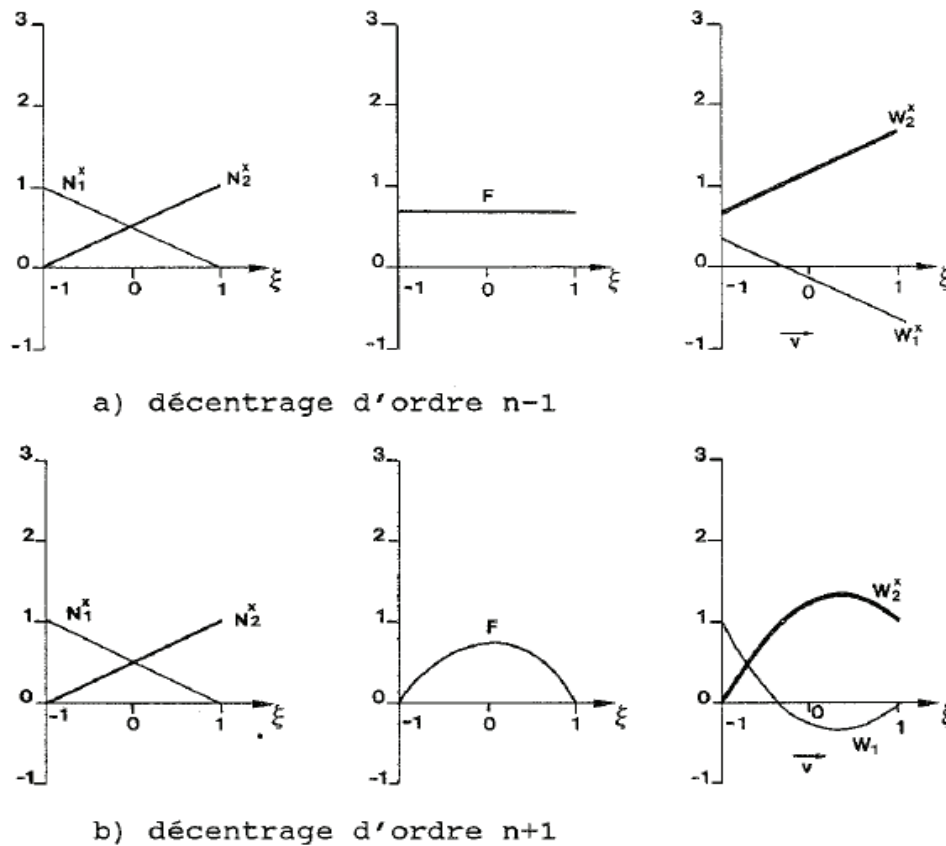


Figure IV.1 fonctions de pondération de la méthode SUPG d'après Hughes & Brooks(1982)

IV.2.2 problème bidimensionnel :

La généralisation de la méthode de SUPG à 2 dimensions a été bien détaillée dans les travaux de Hughes et Brooks(1982) on présente ici l'essentiel de cette application.

IV.2.2.1 décentrage ``bidirectionnel`` (Heinrich et al., 1977)

Les fonctions d'interpolation bidimensionnelles pour un élément fini bidimensionnel sont obtenues par le produit de deux fonctions d'interpolation unidimensionnelles caractérisant les deux directions de l'espace. Il est de même pour les fonctions de pondération.

Par exemple pour le cas d'un élément fini à 4 nœuds, les fonctions d'interpolation sont données par :

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta) &= \frac{1-\xi}{2} \cdot \frac{1-\eta}{2} \\
 N_2(\xi, \eta) &= \frac{1-\xi}{2} \cdot \frac{1+\eta}{2} \\
 N_3(\xi, \eta) &= \frac{1+\xi}{2} \cdot \frac{1+\eta}{2} \\
 N_4(\xi, \eta) &= \frac{1+\xi}{2} \cdot \frac{1-\eta}{2}
 \end{aligned}
 \tag{IV.8}$$

Ainsi il devient pour les fonctions de pondération :

$$\begin{aligned}
 W_1(\xi, \eta) &= [(1-\xi)/2 - \alpha_1 \cdot f(\xi)] [(1-\eta)/2 - \beta_1 \cdot f(\eta)] \\
 W_2(\xi, \eta) &= [(1-\xi)/2 - \alpha_1 \cdot f(\xi)] [(1+\eta)/2 - \beta_2 \cdot f(\eta)] \\
 W_3(\xi, \eta) &= [(1+\xi)/2 - \alpha_2 \cdot f(\xi)] [(1+\eta)/2 - \beta_2 \cdot f(\eta)] \\
 W_4(\xi, \eta) &= [(1-\xi)/2 - \alpha_2 \cdot f(\xi)] [(1-\eta)/2 - \beta_1 \cdot f(\eta)]
 \end{aligned}
 \tag{IV.9}$$

Expression contenant 4 coefficients de décentrage pour choisir 4 fonctions de manière optimales.

Cette technique engendre une surestimation de la diffusion latérale par rapport au problème (diffusion numérique). Il n'est pas nécessaire de décentrer la fonction de pondération dans la direction perpendiculaire à la vitesse de convection où la diffusion agit (Biver, 1993).

IV.2.2.2 Décentrage unidirectionnel :

Pour éviter la diffusion numérique transversale, Hughes propose de définir la fonction de pondération comme suit :

$$w_j(\vec{x}) = N_j(\vec{x}) + \alpha_{opt} \cdot \frac{h_{elem}}{2} \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} N_j(\vec{x})$$

(IV.10)

Avec α_{opt} coefficient de décentrage optimum du problème unidimensionnel

h_{elem} : longueur caractéristique de l'élément fini

Cette fonction est intéressante car elle n'est pas décentrée que dans la direction de la vitesse de convection v . c'est pourquoi on parle de Streamline Upwind Petrov Galerkin (SUPG).

En faite, nous retenons cette méthode pour stabiliser l'équation de transport.

IV.3 Application de la MEF sur l'équation de l'écoulement à densité variable :

Pour rappel les équations aux dérivées partielles décrivant l'intrusion marine avec zone de transition sont données par

. Equation de l'écoulement de densité variable :

$$\bar{\phi} \cdot \varepsilon (h-b) \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{\phi} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} = \nabla' \left\{ (h-b) \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{k} [\nabla' \bar{h} + \Omega (h-b) \varepsilon \nabla' \bar{c}] \right\} + \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} (h-b) (q_r - q_p) + R \quad (IV.11)$$

• Equation de transport :

$$(h-b) \bar{\phi} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{\phi} \bar{c} \frac{\partial h}{\partial t} - (h-b) q_r \bar{c}_r + (h-b) q_p \bar{c}_p = \nabla' [(h-b) (\bar{D} \nabla \bar{c} - \bar{u} \bar{c})] \quad (IV.12)$$

L'application de la méthode classique de Galerkin sur l'équation de l'écoulement (IV.11) permet d'écrire :

$$\int_{\Omega} w \left[\bar{\phi} \cdot \varepsilon (h-b) \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{\phi} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} - \nabla' \left\{ (h-b) \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{k} [\nabla' \bar{h} + \Omega (h-b) \varepsilon \nabla' \bar{c}] \right\} - \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} (h-b) (q_r - q_p) + R \right] d\Omega = 0 \quad (IV.13)$$

Avec $w = N$ fonctions d'interpolation

Par intégration par parties et appliquant le théorème de Gauss, l'équation (IV.12) devient :

$$\int_{\Omega} w \bar{\phi} \cdot \varepsilon (h-b) \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} w \cdot \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{\phi} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} d\Omega - \int_{\Omega} \nabla' w \cdot \left\{ (h-b) \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{k} [\nabla' \bar{h} + \Omega (h-b) \varepsilon \nabla' \bar{c}] \right\} d\Omega - \int_{\Omega} w \left[\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} (h-b) (q_r - q_p) + R \right] d\Omega + \int_{\Gamma} w \cdot \left\{ (h-b) \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_0} \bar{k} [\nabla' \bar{h} + \Omega (h-b) \varepsilon \nabla' \bar{c}] \right\} d\Gamma = 0 \quad (IV.14)$$

Par approximation nodale au niveau de l'élément fini des variables charge hydraulique et concentration de soluté par les équations suivantes :

$$h(x, y, t) = \sum_{i=1}^{ne} N_i h_i(t) \quad (IV.15)$$

$$\bar{c}(x, y, t) = \sum_{i=1}^{ne} N_i \bar{c}_i(t) \quad (IV.16)$$

En remplaçant les équations (IV.15) et (IV.16) dans (IV.12) on trouve :

$$\begin{aligned}
 & \sum_e \left(\int_{\Omega^e} \mathbf{N}^t \mathbf{N} \bar{\phi} \varepsilon (h-b) \frac{\partial \{\bar{c}\}^e}{\partial t} d\Omega^e + \int_{\Omega^e} \mathbf{N}^t \cdot \mathbf{N} \cdot \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \bar{\phi} \frac{\partial \{\bar{h}\}^e}{\partial t} d\Omega^e - \right. \\
 & \int_{\Omega^e} \nabla' \mathbf{N}^t \cdot (h-b) \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \bar{k}^e \cdot \nabla' \mathbf{N} \{\bar{h}\}^e d\Omega^e - \int_{\Omega^e} \nabla' \mathbf{N}^t (h-b) \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \bar{k}^e \cdot \Omega (h-b) \varepsilon \nabla' \mathbf{N} \{\bar{c}\}^e d\Omega^e - \\
 & \left. \int_{\Omega^e} \mathbf{N} \left[\frac{\bar{\rho}}{\rho_0} (h-b) (q_r - q_p) \right]^e + \mathbf{R} \right] d\Omega^e + \oint_{\Gamma^e} \mathbf{N} \cdot \left\{ (h-b) \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \bar{k} [\nabla' \bar{h} + \Omega (h-b) \varepsilon \nabla' \bar{c}] \right\} d\Gamma^e = 0
 \end{aligned} \tag{IV.17}$$

Le système d'équation (IV.17) s'écrit sous forme matricielle :

$$[\mathbf{A}]\{\mathbf{U}\} + [\mathbf{B}] \left\{ \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right\} = \{\mathbf{F}\} \tag{IV.18}$$

[A] : matrice globale de rigidité

[B] : matrice globale de masse

{F} : vecteur conditions aux limites + termes liés au c ou au h (vecteur sollicitation)

{U} : vecteur global des variables inconnues (h et c)

Donc pour l'équation d'écoulement U=h:

$$[\mathbf{A}]_h = \sum_e \int_{\Omega^e} [\nabla' \mathbf{N}]^T (h-b) \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \bar{k}^e \cdot [\nabla' \mathbf{N}] d\Omega^e \tag{IV.19}$$

$$[\mathbf{B}]_h = \sum_e \int_{\Omega^e} [\mathbf{N}]^T \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \bar{\phi} \cdot [\mathbf{N}] d\Omega^e \tag{IV.20}$$

$$\begin{aligned}
 \{\mathbf{F}\}_h = & - \sum_e \int_{\mathbf{R}^e} [\mathbf{N}]^T \bar{\phi} \varepsilon (h-b) \cdot \frac{\partial \bar{c}^e}{\partial t} d\Omega^e - \sum_e \int_{\mathbf{R}^e} [\nabla' \mathbf{N}]^t \bar{k} \varepsilon \Omega (h-b)^2 \cdot \nabla' \bar{c}^e d\Omega^e + \\
 & \sum_e \int_{\Omega^e} [\mathbf{N}]^T \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} (h-b) (q_p^e - q_r^e) d\Omega^e + \sum_e \int_{\Omega^e} [\mathbf{N}]^T \mathbf{R}^e d\Omega^e - \\
 & \sum_e \int_{\Gamma^e} [\mathbf{N}]^T \left(\bar{n} \cdot \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \bar{k} (h-b) \nabla' \bar{h} \right) d\Gamma^e - \sum_e \int_{\Gamma^e} [\mathbf{N}]^T \left(\bar{n} \cdot \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \bar{k} \varepsilon (h-b)^2 \nabla' \bar{c} \right) d\Gamma^e
 \end{aligned} \tag{IV.21}$$

Le système d'équation (IV.18) est un système différentiel du 1^{er} ordre et non linéaire.

La discrétisation temporelle est similaire à celle appliquée au chapitre III sur l'équation d'écoulement dans la zone d'eau douce ou d'eau salée.

Alors, les méthodes implicites de différence finies y conviennent et particulièrement celle de Grank-Nicolson.

L'application du schéma de Grank-Nicolson sur le système (IV.18) permet d'écrire :

$$([\mathbf{B}] + \theta \Delta t [\mathbf{A}]) \{\mathbf{h}\}_{t+\Delta t} = ([\mathbf{B}] - (1-\theta) \Delta t [\mathbf{A}]) \{\mathbf{h}\}_t + \Delta t \cdot ((1-\theta) \{\mathbf{F}\}_t + \theta \{\mathbf{F}\}_{t+\Delta t}) \tag{IV.22}$$

Avec $\theta=1/2$, donc l'équation (IV.21) devient

$$[C]\{h\}_{t+\Delta t} = [D]\{h\}_t + \frac{1}{2}\Delta t(\{F\}_t + \{F\}_{t+\Delta t}) \quad (IV.23)$$

En posant $[C]= ([B]+\frac{1}{2}\Delta t[A])$ et $[D]= ([B] - \frac{1}{2}\Delta t[A])$

Les matrices C et D sont symétriques et bandes. La technique de stockage est similaire à celle utilisée dans le chapitre III il s'agit d'un stockage sous forme d'un vecteur .

IV.4 Résolution numérique de l'équation de transport

Comme c'est indiqué avant, la méthode classique de Galerkin ne permet pas d'assurer une solution stable sauf pour le cas ou le nombre de pecllet est inférieur à 1. C'est pourquoi on va appliquer la méthode de SUPG pour résoudre l'équation (IV.12) il vient alors :

$$\int_{\Omega} w \left\{ (h-b)\bar{\phi} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{\phi} \bar{c} \frac{\partial h}{\partial t} - (h-b)q_r \bar{c}_r + (h-b)q_p \bar{c}_p - \nabla'[(h-b)(\bar{D}\nabla \bar{c} - \bar{u}\bar{c})] \right\} d\Omega = 0 \quad (IV-24)$$

W est la fonction de pondération donnée par la formule de Hughes équation (IV.10)

Par intégration par parties et en appliquant le théorème de Gauss, l'équation (IV.24) devient :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} w(h-b)\bar{\phi} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} w.\bar{\phi} \frac{\partial h}{\partial t} \bar{c}.d\Omega - \int_{\Omega} \nabla'w.(h-b)\bar{D}.\nabla'\bar{c}.d\Omega + \int_{\Omega} w.\nabla'(h-b)(\bar{u}.\bar{c}).d + \\ & \int_{\Omega} w.(h-b)q_p \bar{c}_p .d\Omega - \int_{\Omega} w.(h-b)q_r \bar{c}_r .d\Omega - \oint_{\Gamma} w.(h-b)\bar{D}\nabla'\bar{c}.\bar{n}.d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (IV.25)$$

Par discrétisation de la structure en éléments finis et approximant c au niveau de l'élément finis par l'équation (IV.16) sous forme matricielle : $\bar{c} = \langle N \rangle \{ \bar{c} \}^e$

L'équation (IV.25) devient :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega^e} \langle w \rangle (h-b)\bar{\phi} . \langle N \rangle \frac{\partial \{ \bar{c} \}^e}{\partial t} d\Omega^e + \int_{\Omega^e} w.\bar{\phi} \frac{\partial h}{\partial t} \langle N \rangle \{ \bar{c} \}^e d\Omega^e - \\ & \int_{\Omega^e} \nabla'w.(h-b)\bar{D}.\langle \nabla'N \rangle \{ \bar{c} \}^e d\Omega^e + \int_{\Omega^e} w.\nabla'(h-b).\bar{u}^e . \langle N \rangle \{ \bar{c} \}^e .d\Omega^e + \\ & \int_{\Omega^e} w.(h-b)q_p^e \bar{c}_p^e .d\Omega^e - \int_{\Omega^e} w.(h-b)q_r^e \bar{c}_r^e .d\Omega^e - \oint_{\Gamma} w.(h-b)\bar{D}\nabla'\bar{c}.\bar{n}.d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (IV.26)$$

Après assemblage on trouve le système global suivant :

$$[A]_c \{ \bar{c} \} + [B]_c \left\{ \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} \right\} = \{ F \}_c \quad (IV.27)$$

$$[A]_c = \sum_e \int_{\Omega^e} \left\{ [\nabla'N]^t (h-b) [\bar{D}] \cdot [\nabla'N] + \bar{\phi} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} [w]^t [N] + [w]^t (h-b) \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] \bar{u}_x^e + [w]^t \cdot (h-b) \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] \bar{u}_y^e + (h-b) q_p^e [w]^t [N] \right\} d\Omega^e \quad (IV.28)$$

$$[B]_c = \sum_e \int_{R^e} [w]^t (h-b) \bar{\phi} [N] dR^e \quad (IV.29)$$

$$\{F\}_c = \sum_e \left(- \int_{R^e} [w]^t (h-b) q_r^e c_r^e dR^e - \int_{\Gamma} [w]^t (\bar{n} \cdot \bar{D} (h-b) \nabla' \bar{c}) d\Gamma^e \right) \quad (IV.30)$$

Le système différentiel (IV.27) est du premier ordre, il nécessite l'utilisation des schémas implicites pour assurer la stabilisation de la solution, au contraire aux schémas explicites qui exigent que le nombre de courant soit inférieur à un.

Comme pour le cas de l'équation d'écoulement, on utilise un schéma en thêta semi implicite. Mais cette fois on choisit $\theta=2/3$ qui assure une bonne convergence.

Alors, le système d'équations(IV.27) devient :

$$([B]_c + \frac{2}{3} \Delta t [A]_c) \{\bar{c}\}_{t+\Delta t} = \left([B]_c - \frac{1}{3} \Delta t [A]_c \right) \{h\}_t + \Delta t \left(\frac{1}{3} \{F\}_{ct} + \frac{2}{3} \{F\}_{ct+\Delta t} \right) \quad (IV.31)$$

Ce système est équivalent à

$$[M] \{\bar{c}\}_{t+\Delta t} = [G] \{\bar{c}\}_t + \frac{\Delta t}{3} \{F\} \quad (IV.32)$$

Avec $[M] = [B]_c + \frac{2}{3} \Delta t [A]_c$, $[G] = [B]_c - \frac{1}{3} \Delta t [A]_c$ et $\{F\} = 2 \cdot \{F\}_{ct+\Delta t} + \{F\}_{ct}$

La matrice [M] est non symétrique et bande, elle est stockée sous forme d'une matrice de taille $(2.L_b-1) \times n$.

Tel que : L_b est la largeur bande de la matrice M et n nombre des nœuds total du maillage.

IV.4.1 Détermination de w :

L'équation (IV.10) exprimant la fonction de pondération de la méthode de SUPG peut être écrite de la façon suivante :

$$w = N + \tau \cdot \bar{v} \cdot \nabla' N \quad (IV.33)$$

τ est appelé paramètre de stabilisation. Il existe plusieurs formules donnant τ dans le cas de l'absence de la réaction.

Avec :

- Formule de Hughes et Brooks(1982)

$$\tau = \frac{\alpha_{opt} \cdot h_{elem}}{2 \cdot \|\bar{v}\|} \quad (IV.34)$$

- Formule de Codina (1998)

$$\tau = \frac{1}{(1/(\theta.\Delta t) + 2 * \|v\| / h_{elem} + 4 \overline{D}_h / h_{elem}^2)} \quad (IV.35)$$

- Formule de Franca et Valentin(2001)

$$\tau = \frac{1}{\frac{6.\overline{D}_h}{h_{elem}^2} . \max(1, \frac{2.|p_e|}{3})} \quad (IV.36)$$

Dans notre travail on va choisir la formule de Codina (1998).

En résumé, le système différentiel régissant l'intrusion marine est le couplage de l'écoulement de densité variable et l'équation de transport. Donc il s'agit de résoudre les systèmes algébriques (IV.23) et (IV.32) auxquels il faut ajouter la discrétisation de la vitesse de Darcy.

IV.4.2 Détermination de la longueur caractéristique de l'élément fini :

Comme déjà mentionné, la méthode SUPG s'intéresse de la pondération de la solution le long des directions de la vitesse d'écoulement. Il est donc nécessaire de déterminer la longueur caractéristique de l'élément fini le long de ces directions.

La figure IV.2 illustre les composantes de la longueur caractéristique dans les coordonnées locales et sa valeur moyenne figure. la formule donnant la longueur caractéristique h_{elem} de l'élément fini est donnée comme suit : (Tuezdar & Park ,1986)

$$h_{elem} = \frac{2.\|\vec{v}\|}{\sum_j |\vec{v}.\nabla N_j|} \quad (IV.37)$$

v est le vecteur vitesse de Darcy .

j indice indiquant le numéro du nœud de l'élément fini varie de 1 à 4 pour un élément quadrilatéral.

Dans notre code de calcul, le sous programme Peclet permet de calculer la longueur caractéristique de l'élément fini à quatre noeuds selon la méthode présentée par Franca& Valentin (2001) et illustrée par la figure (IV.2).

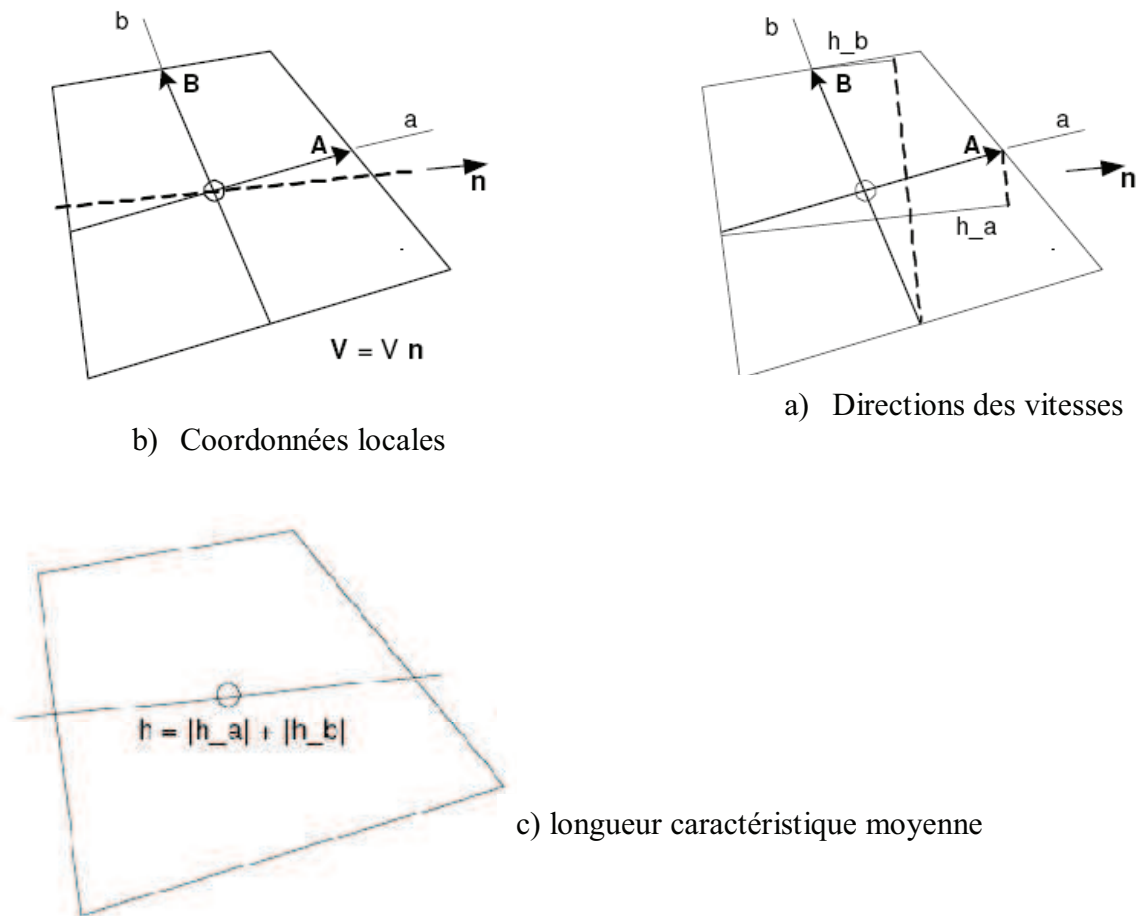


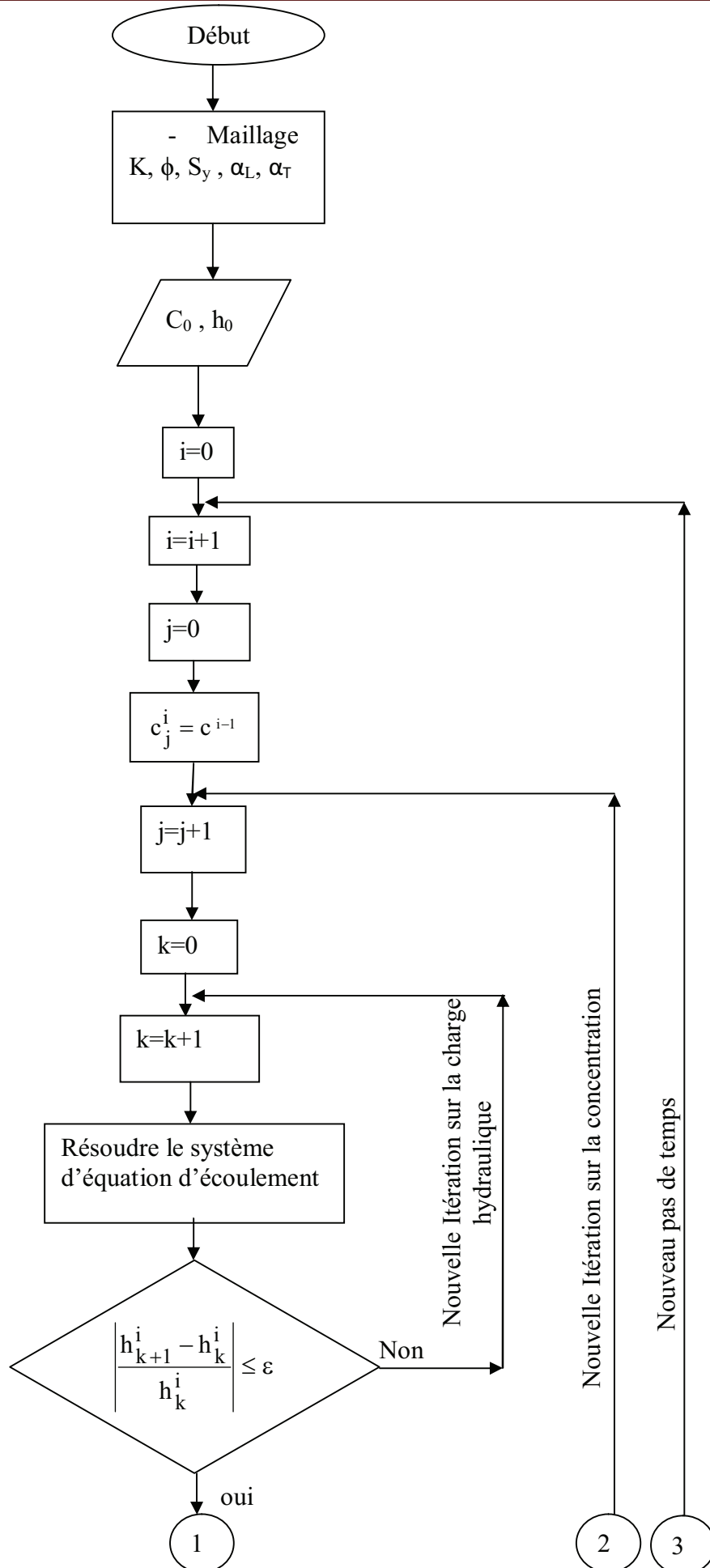
Figure IV.2: Longueur caractéristique pour un élément fini quadrilatéral isoparamétrique (Franca & Valentin, 2001)

IV.5 Technique de résolution :

Les deux systèmes algébriques sont non linéaires, en effet pour déterminer la variable h à un instant donné nous devons avoir la valeur de la variable concentration c et vice versa. Pour surmonter ce problème de non linéarité, on recourt à l'utilisation de la méthode de linéarisation de Picard.

Cette méthode consiste à résoudre itérativement le système matriciel de l'écoulement à chaque pas de temps et à chaque itération sur la concentration en fixant initialement cette dernière avant d'être recalculée en connaissant la valeur de h .

La procédure de calcul sera représentée par l'organigramme suivant :



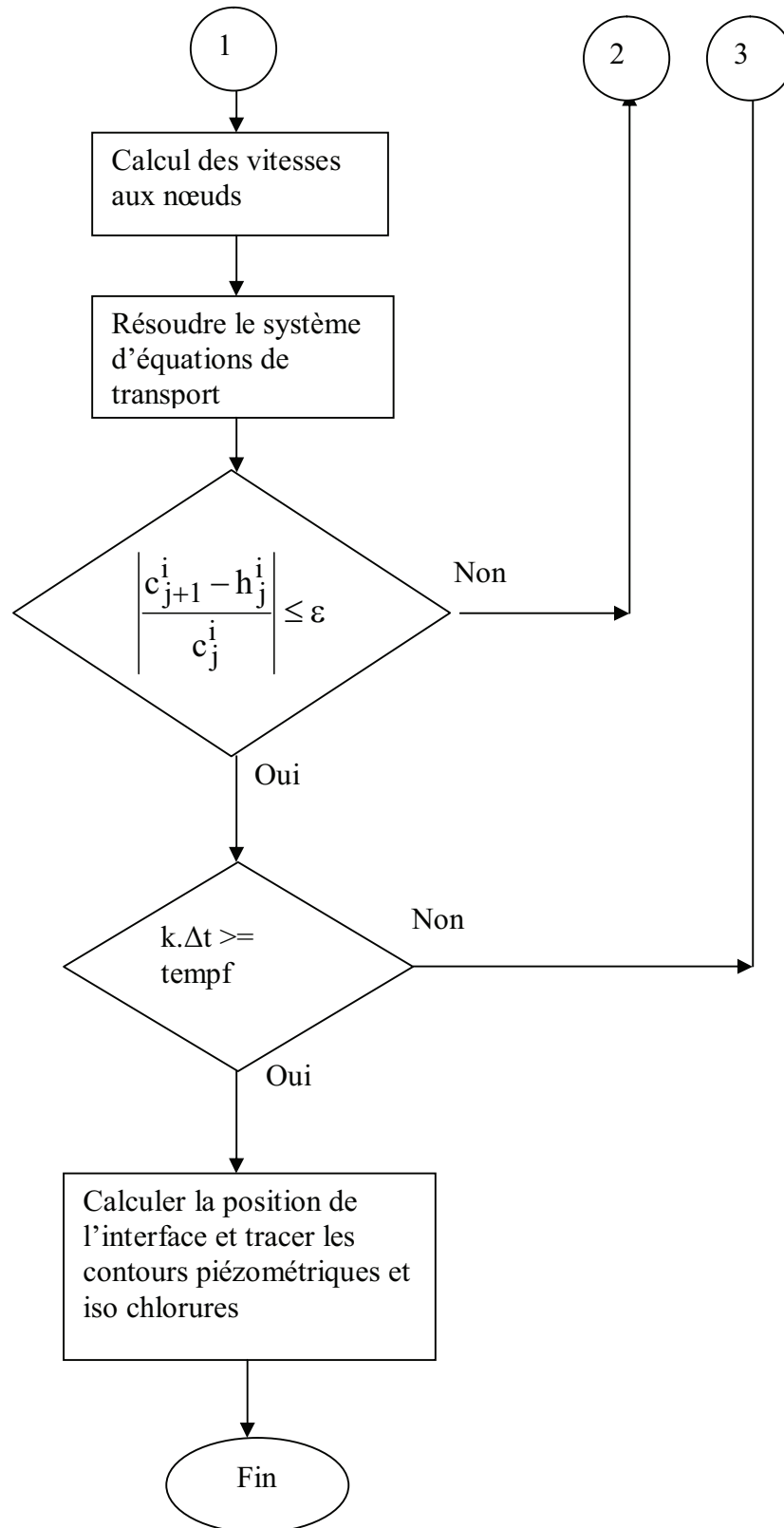
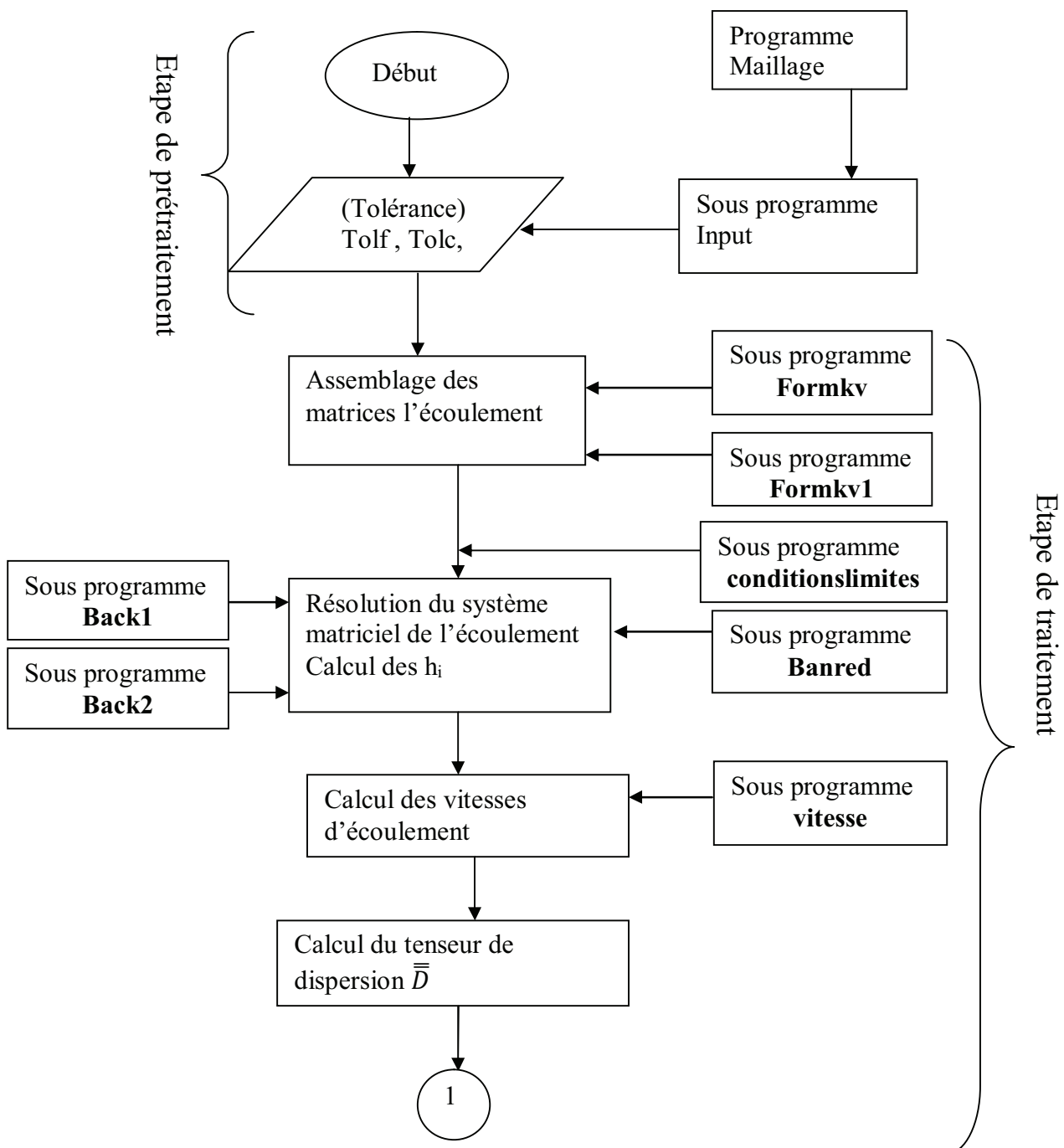


Figure IV.3 : Algorithme du code de calcul seawint

IV.6 Mise en œuvre du programme Seawint

La mise en œuvre de cet algorithme aboutit au développement du code de calcul «Seawint» écrit en langage Fortran. La structure de ce code de calcul est la même que celle du code sharpint seulement ce code contient des sous programmes de résolution d'un système matriciel non symétrique et de stabilisation de l'équation de transport. L'algorithme de résolution numérique du système linéaire bande non symétrique est pris le même à ce développé par Smith et Griffiths (1986). La technique appliquée est basée sur l'algorithme de Gauss (triangulation de la matrice bande non symétrique ensuite la résolution par récurrence (back substitution)). Le code de calcul utilise notamment un maillage toujours quadrilatéral isoparamétrique généré par le code maillage déjà présenté dans le chapitre précédent



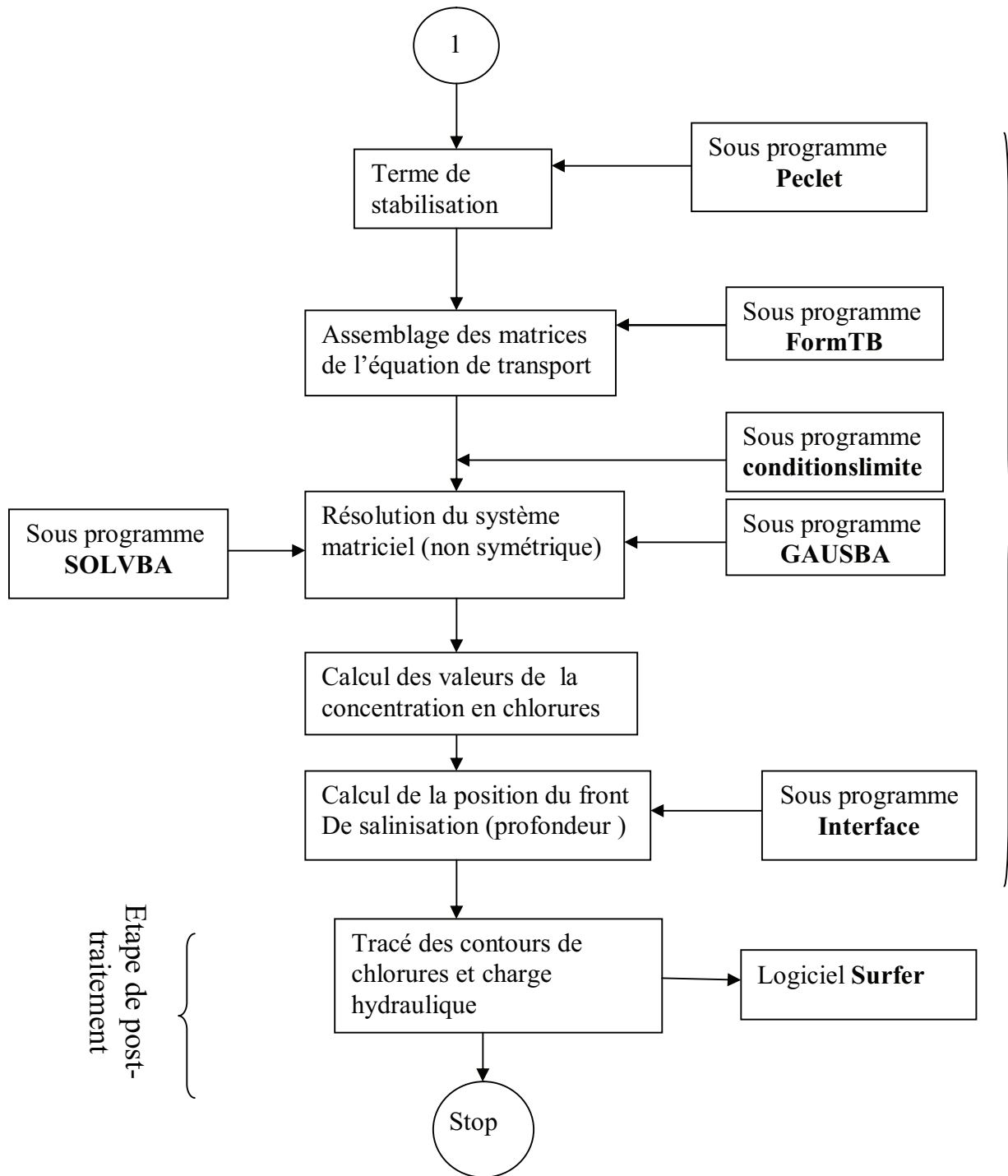


Figure IV.4 Structure de code de calcul Seawint

Les sous programmes utilisés par notre code de calcul pour la résolution du système matriciel sont extraits des travaux de Smith et Griffiths (1986) Certains sous programmes sont déjà défini dans le chapitre précédent surtout ceux utilisés dans la résolution du système d'écoulement. On ne définit dans ce chapitre que les sous programmes apparus dans la résolution du système matriciel de transport de soluté :

- **Sous programme FormTB** : Il concerne l'assemblage des matrices élémentaire de l'équation de transport sous forme d'une matrice Bande non symétrique stockée sous forme d'une rectangle de taille $(2.IW+1).N$.
Avec : IW : demi-largeur bande de la matrice de rigidité.
N : Nombre des nœuds de la structure.
- **Sous programme GAUSBA** : il permet la réduction de la matrice formée par le sous programme **FormTB** en une matrice triangulaire selon la méthode de GAUSS
- **Sous programme SOLVBA** : permet la résolution du système matriciel triangulaire formé par le sous programme GAUSBA
- **Sous programme interface** : ce sous programme calcule la profondeur du front de salinisation (interface) dans une section de l'aquifère en fonction de la distance de la cote en utilisant la formule de Sorek et al. (2001).

Le logiciel **SURFER** permet de tracer les contours de la piézométrie et de la concentration de chlorures pour les eaux de la nappe. Le fichier de données est généré par notre code de calcul, il contient les valeurs de la piézométrie et de la concentration de chlorures dans les nœuds présentés par leurs coordonnées (x,y).

IV.7 Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons présenté la résolution numérique du modèle hydrodispersif par la méthode des éléments finis. La résolution de l'équation d'écoulement du modèle nécessite l'application du principe de Galerkin classique. L'équation de transport à convection dominante a été résolue par la méthode de SUPG. Cette dernière consiste à modifier la fonction de pondération de Galerkin classique en l'écrivant dans les axes de l'écoulement (dans la direction du vecteur vitesse) et en y ajoutant un terme de stabilisation. Dans notre travail nous avons choisi la formule donnée par Condina pour exprimer le terme de stabilisation de l'équation de transport. L'application du SUPG mène à résoudre un système matriciel bande non symétrique et non linéaire. La linéarisation de ce système est assurée par la méthode de Picard. La mise en oeuvre de cette procédure constitue le code de calcul Seawint écrit en langage Fortran et qui assemble une ensemble de sous programmes qui facilitent son fonctionnement. La détermination des valeurs de la piézométrie de la concentration en chlorures permet de visualiser les résultats sous forme de contours dans le temps et dans l'espace.

CHAPITRE V

Validation des codes de calcul

Chapitre V

Validation des codes de calcul

V.1 Validation du code de calcul 'Sharpint'

La validation des codes de calcul se fait soit par rapport aux solutions analytiques correspondant aux cas les plus simples soit par rapport aux mesures sur terrain pour des cas réels et complexes. Le code de calcul « Sharpint » basé sur l'approche interface abrupte sera validé pour un cas d'une nappe libre par rapport aux solutions analytiques de Glover (1959) en absence d'un puits et celle de Strack (1976) en présence d'un puits de pompage.

Premièrement, nous allons comparer les résultats de simulation notamment la position de l'interface eau douce - eau salée par rapport à la solution analytique de Glover.

En suite nous étudions l'influence des conditions aux limites sur la position de l'interface abrupte.

V.1.1 Position de l'interface pour une nappe libre en absence du forage

Nous prenons le même exemple traité par Huyakorn(1983), il s'agit d'une nappe libre côtière dont les conditions aux limites sont représentées par la figure V.1.

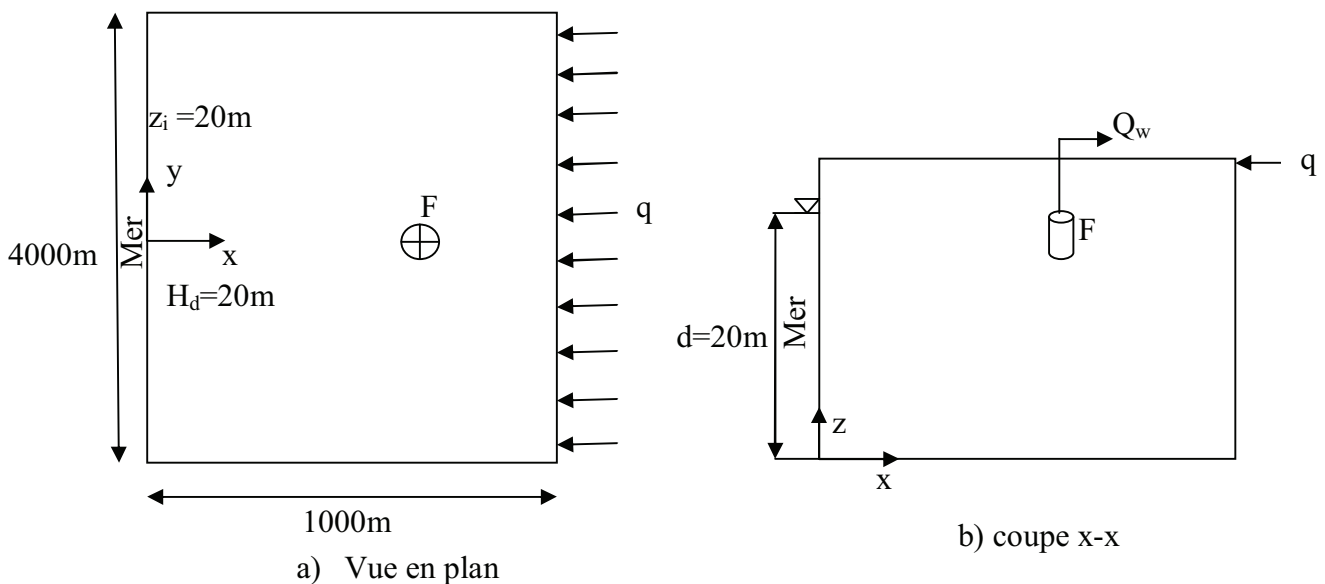


Figure V.1. Conditions aux limites du problème

Par raison de symétrie suivant y , le domaine discrétisé sera limité par $0 < y < 2000\text{m}$ et $0 < x < 1000\text{m}$.

Validation des codes de calcul

Le maillage du domaine utilisé est structuré, l'élément finis utilisé est quadrilatéral iso paramétrique. A proximité du puits on procède à raffiner le maillage pour avoir une bonne précision de la solution. Après plusieurs simulations en variant le nombre d'éléments, on a constaté pour un nombre d'élément finis 400, les résultats sont les mêmes par rapport à ceux obtenus avec un nombre d'élément supérieur à 400.

Le jeu de données du problème sont résumés dans le tableau V.1.

Tableau V1. Jeu de données du problème

paramètre	valeur
Perméabilité K_x	70 m/j
Perméabilité K_y	70 m/j
Porosité n	0.25
Flux q	1 m ³ /j / m de largeur
Profondeur de l'eau de mer/ base de l'aquifère d	20 m
Débit du puits Q_w	300m ³ /j
Domaine d'étude x et y	$0 < x < 1000m$ $-2000 < y < 2000m$
Masse volumique de l'eau douce ρ_0	1000kg/m ³
Masse volumique de l'eau salée	1025kg/m ³
Rapport des densités $\delta = \rho_0 / (\rho_s - \rho_0)$	40
Nombres d'éléments finis (isoparamétrique à quatre nœuds)	400
Nombre des nœuds	441

La première simulation concerne à déterminer la position de l'interface eau douce eau salée en absence du forage. Les résultats de simulations sont représentés par la figure V.2.

Ces résultats seront comparés avec les résultats de la solution analytique de Glover.

La solution de Glover donne l'équation de l'interface qui prend la forme parabolique.

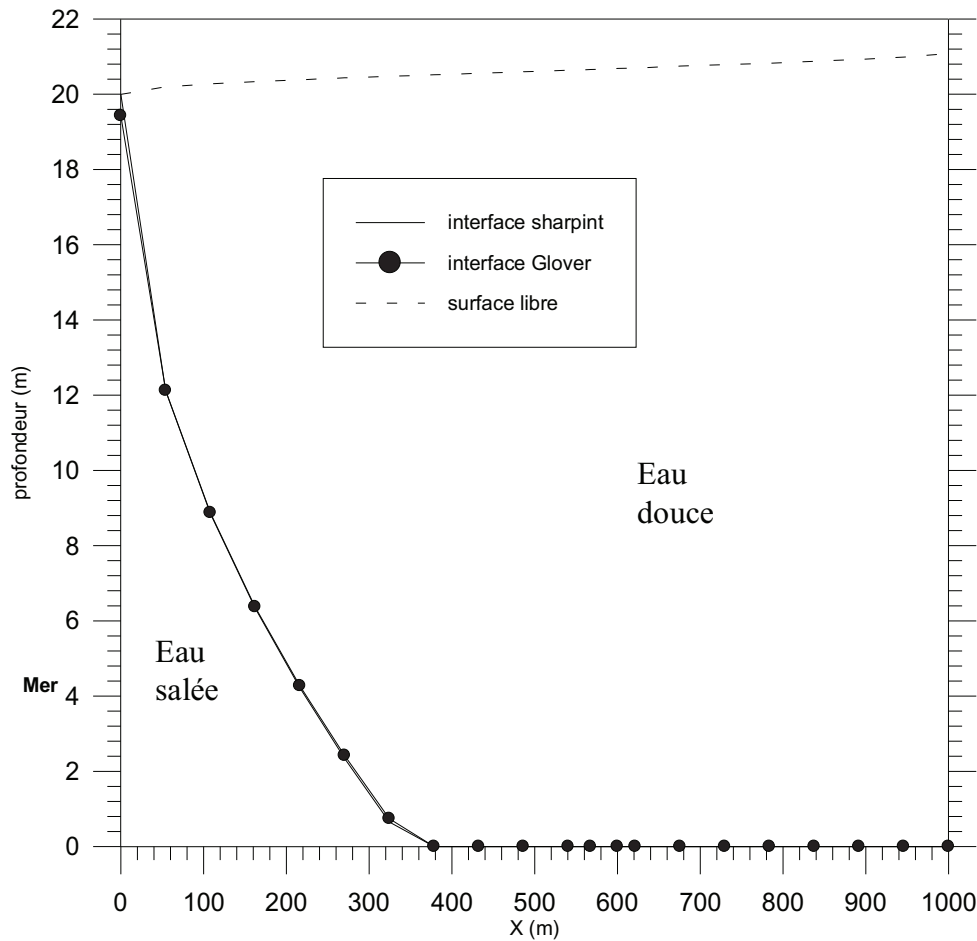


Figure V.2. Résultats de simulation en régime permanent
(Absence du pompage)

On remarque que l'interface abrupte a effectivement la forme parabolique et elle coïncide avec celle obtenue par la solution analytique de Glover

Rappelons que la solution analytique de Glover (1959) (voir chapitre III) donnant la profondeur de l'interface eau douce - eau salée est comme suit :

$$y^2 = \frac{2 \cdot \delta \cdot Q}{k} x + \left(\frac{\delta \cdot Q}{k} \right)^2, \text{ avec } 0 \leq x \leq 1000\text{m}$$

Ainsi que la cote de l'interface par rapport à la base de l'aquifère est calculée par la formule : $\xi = d - y$

Pour notre cas

$\delta=40$, $k=70\text{m/j}$ et $Q=1\text{m}^2/\text{j}$ on trouve :

$$\xi = 20 - \sqrt{1.1428x + 0.32}$$

Pour $x=0$, $y=0.55\text{m}$ et $\xi = 20 - 0.55 = 19.45\text{m}$ cela veut dire que l'interface de Glover coupe l'axe des x pour $y=0$ c'est à dire en $x_0 = -0.285\text{m}$

Validation des codes de calcul

La longueur du biseau salé calculé est $L_0=350\text{m}$ par contre du schéma il est de 380m ce qui nécessite un raffinement du maillage à côté du substratum.

V.1.2. Influence du pompage :

Si un puits de pompage est installée aux coordonnées $(600\text{m}, 0\text{m})$, nous examinons deux cas :

- le premier cas : le forage fournit un débit de $200\text{m}^3/\text{j}$
- le deuxième cas : le forage fournit un débit de $300\text{m}^3/\text{j}$

La figure V.3 représente le potentiel des charges hydrauliques d'eau douce selon la formule de Strack (chapitre III) et calculé à l'aide des valeurs numériques de l'interface produites par le code Sharpint pour un débit de puits $200\text{m}^3/\text{j}$. La ligne rouge est le potentiel de valeur 5.12m^2 correspondant à l'interface eau douce – eau salée toujours selon Strack. La courbe en cercles représente la solution analytique de Strack pour un débit $200\text{m}^3/\text{j}$. on remarque que les deux potentiels (numériques et analytiques) coïncident et le puits de pompage n'est pas envahit par l'eau salée. Cela signifie que le débit extrait n'a pas dépassé le débit critique Q_c qui permet la salinisation du puits.

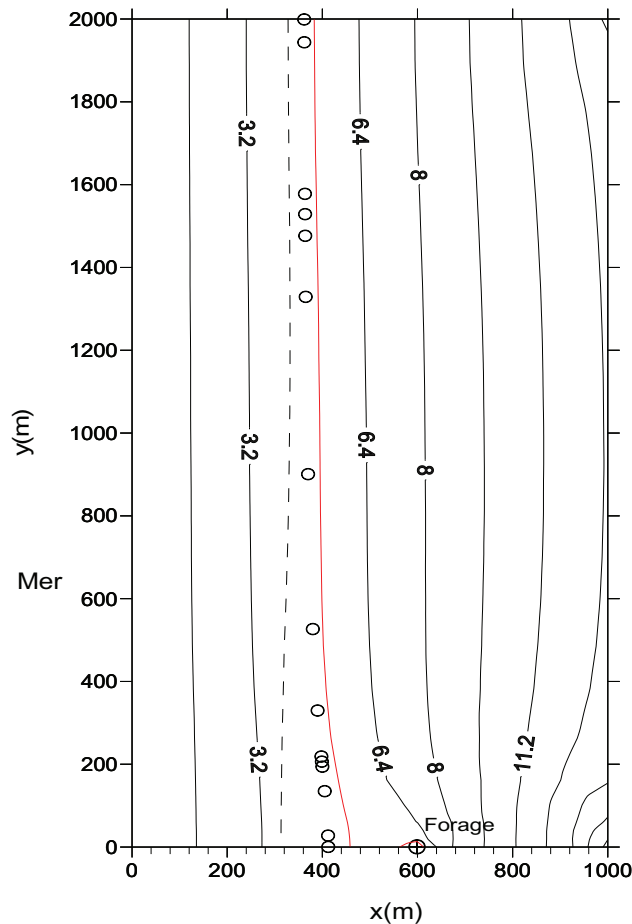


Figure V.3 potentiels calculés à l'aide du programme Sharpint et potentiels analytiques de Strack en cercle

Validation des codes de calcul

Q_c est calculé par la formule de Strack (cheng & Ouazar, 1999) (voir chapitre III)

Pour ce problème $Q_c=420\text{m}^3/\text{j}$, si on prend la moitié de l'aquifère alors $Q_c=210\text{m}^3/\text{j}$

Donc notre débit $Q=200\text{m}^3/\text{j} < Q_c$

Si on augmente le débit extrait à $600\text{m}^3/\text{j}$ supérieur à Q_c , l'interface eau douce eau salée s'étend à l'intérieur de la nappe en augmentant la partie d'aquifère saline voir figure V.4. On note un pic de l'élévation de l'interface au niveau du puits atteignant 9.6m montrant la salinisation de ce puits. Ce phénomène est connu sous le nom 'upconning'.

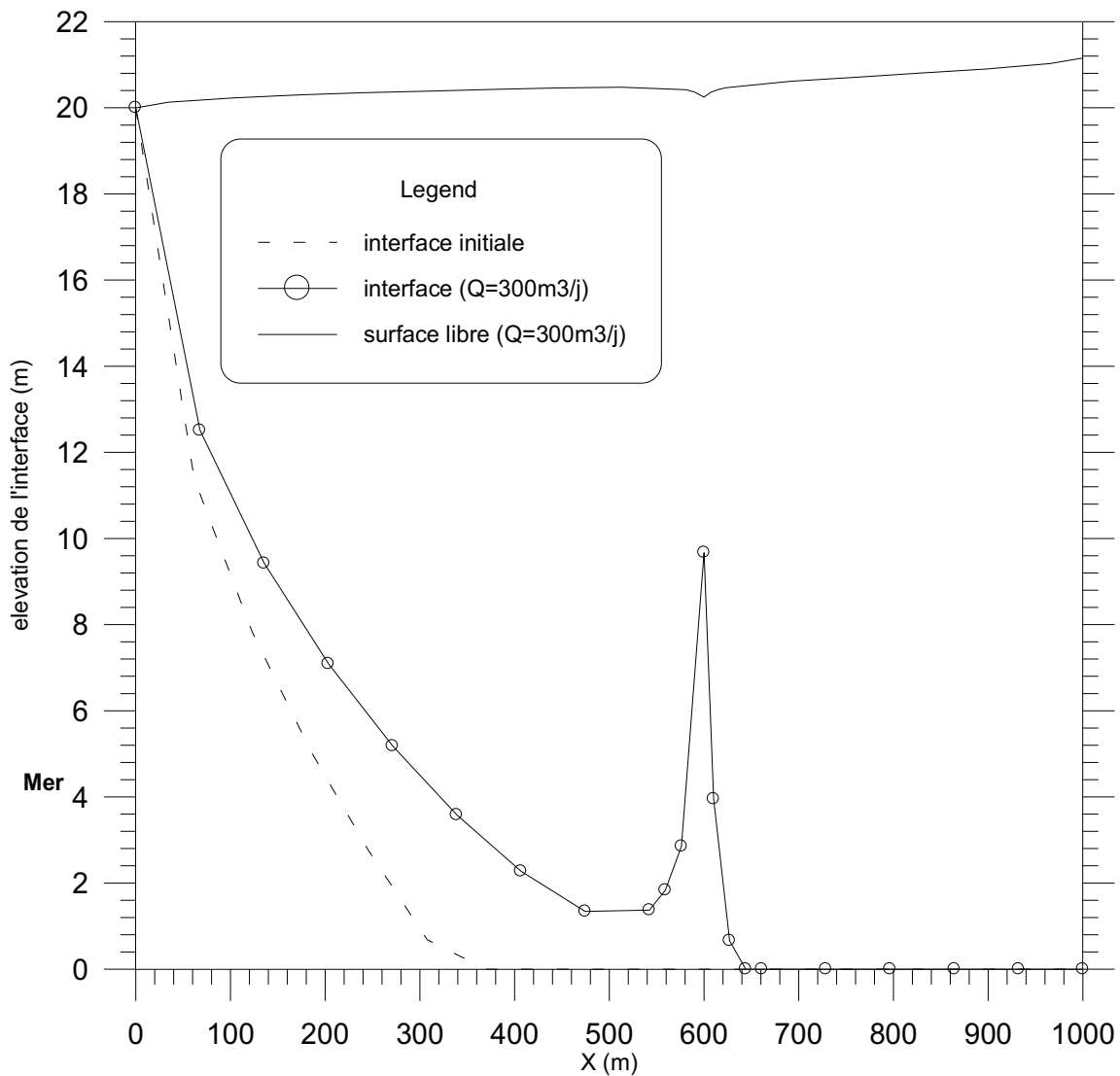
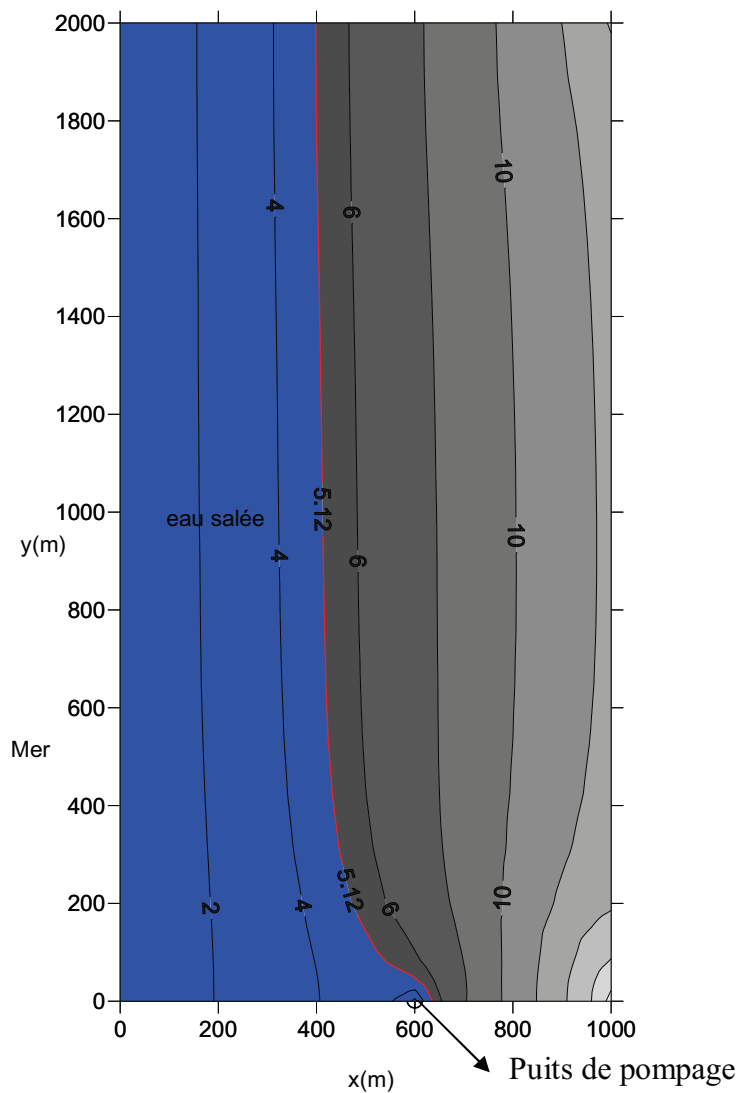


Figure V.4. Résultats de simulations en régime permanent
En présence d'un puits de pompage à $Y=0$

Validation des codes de calcul

On note une progression du biseau salé dont la longueur passe de 370m à 645m donnant un taux autour de 72%.

La figure V.5 présente les résultats précédents dans le plan xy de la moitié de l'aquifère sous forme de potentiels. Pour la totalité de l'aquifère les résultats sont symétriques. On voit clairement l'invasion du forage par l'eau salée du fait que l'interface en ligne rouge et la partie saline en bleu s'étendent vers le forage.



V.1.3 Influence de la recharge :

Nous allons étudier l'influence de la recharge soit par la surface (recharge naturelle) ou par injection via un forage (recharge artificielle) sur la position de l'interface dans l'espace et dans le temps.

V.1.3.1 Recharge par la surface

Penons le même exemple, on étudie l'influence de la recharge par la surface sur position du biseau salé. Pour cela on prend 2 valeurs de la recharge N 0.25mm/j et 0.55mm/j. Les résultats de simulation sont portés sur la figure 5.

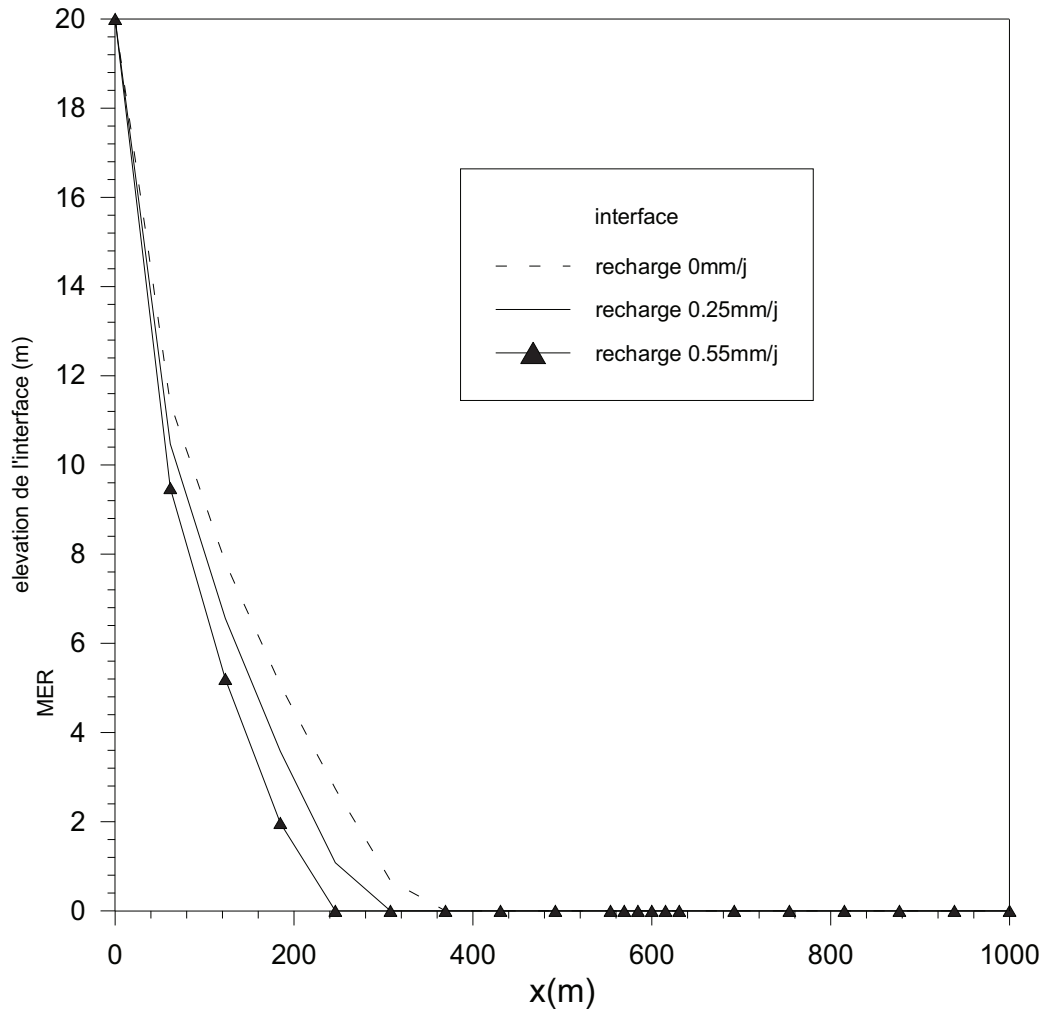


Figure V.6. Influence de la recharge sur la position de l'interface eau douce eau salée

On remarque que le biseau salé recule en appliquant une recharge, ce recul est proportionnel à la valeur de la recharge. En effet, pour une recharge de 0.25mm/j, la longueur du biseau salé à la section $y=0$ passe de 370m à 310m c à dire une diminution de 16% et près de 34% pour une recharge de 0.55mm/j.

On conclut que pour faire reculer le biseau salé dans une nappe libre il suffit d'y appliquer une recharge artificielle par la surface.

V.1.3.2 Recharge par un puits :

Si on installe à coté du puits de pompage un forage ou puits de recharge avec un débit de recharge $200\text{m}^3/\text{j}$ placé à $(300\text{m}, 0\text{m})$ et on détermine la position de l'interface eau douce eau salée en régime permanent le débit du pompage $Q_w=300\text{m}^3/\text{j}$

Les résultats de simulations sont présentés par la figure V.7 :

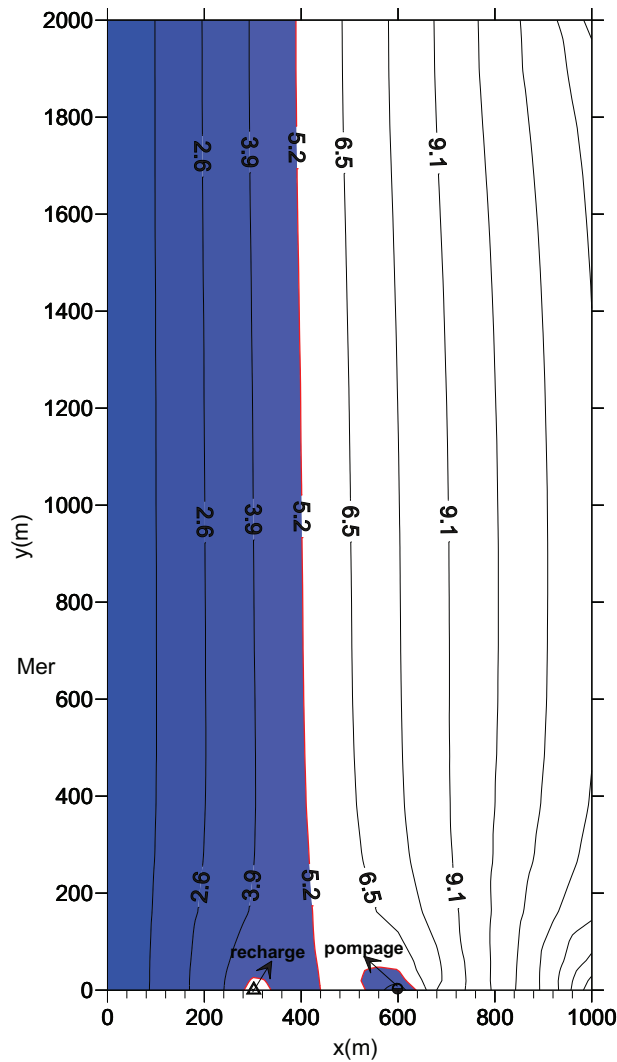


Figure V.7. Potentiels en présence d'un puits de pompage et d'un puits de recharge

On remarque qu'en présence d'un puits de recharge, le potentiel correspondant à l'interface en ligne rouge a reculé tout en protégeant le forage de pompage mais le puits de recharge est salé (zone bleue). Le potentiel est calculé selon la formule de Strack (1959). Voir chapitre III.

Validation des codes de calcul

Le débit appliqué est $Q_p - Q_r$ il est égale $100 \text{ m}^3/\text{j}$ et reste inférieur à $Q_c/2 = 210 \text{ m}^3/\text{j}$.

Il faut contrôler la qualité des eaux de recharge qui doivent être de bonne qualité afin d'éviter la pollution de la nappe.

V.1.4 Interface abrupte dans une nappe côtière captive :

Nous avons vu à travers les paragraphes précédents, le comportement de l'interface abrupte dans une nappe libre en fonction des conditions aux limites (recharge, pompage,...).

L'exemple suivant nous permettra de montrer l'évolution de l'interface eau douce eau salée dans une nappe captive. L'exemple traité est le même pris par (Larabi et al., 1997) les données du problème sont mentionnées dans le tableau V.2.

Tableau V.2. Données du problème (Larabi et al., 1997)

Paramètre	valeur
Conductivités hydrauliques K_x, K_y	69 m/j
Longueur	400 cm
Largeur	8 cm
Epaisseur	30 cm
Niveau de la mer	27 cm
Débit latéral d'eau douce/unité de largeur	$3.68 \text{ cm}^2/\text{s}$

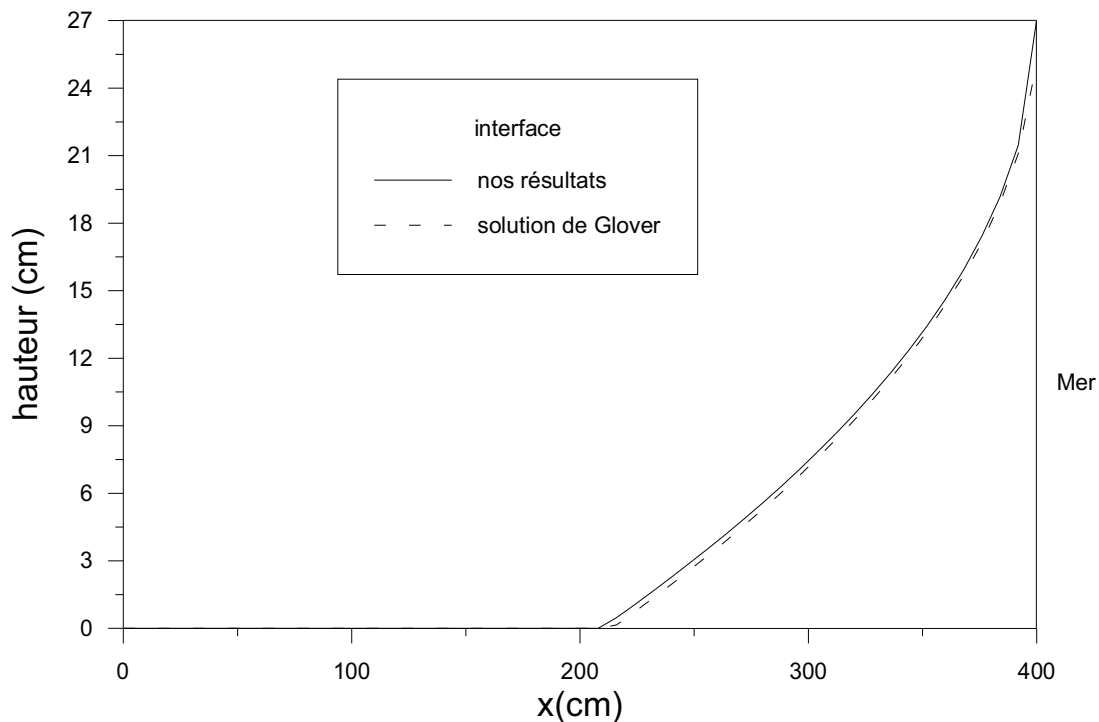


Figure V.8. Interface abrupte dans une nappe captive en régime permanent.

Validation des codes de calcul

La position de l'interface eau douce eau salée trouvée à l'aide de notre code de calcul est comparée à celle obtenue à l'aide de la solution de Glover (figure V.8).

On remarque une nette concordance entre les deux interfaces.

V.1.5 Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons validé notre code de calcul 'Sharpint' par rapport aux solutions analytiques de Glover et de Strack. Ces deux solutions analytiques sont les plus utilisées pour valider le modèle à interface abrupte.

Ensuite nous avons étudié l'influence des conditions aux limites à savoir la recharge et le pompage sur la position de l'interface eau douce eau salée.

Après validation de notre code de calcul Sharpint basé sur l'approche interface abrupte, nous constatons que ce code permet d'aider à la bonne gestion et de l'exploitation des nappes libres côtières en vue de minimiser le risque du biseau salé. A travers ces exemples, le code Sharpint permet de simuler l'intrusion marine dans une nappe libre côtière. Il permet aussi de déterminer les conditions optimales d'exploitation à savoir le débit et la position des forages d'exploitation ainsi que les valeurs de recharge et l'endroit de leur application

V.2. Validation du modèle de zone de transition :

Pour valider notre code « seawatint » basé sur le modèle zone de transition, on y appliquera sur le cas d'un aquifère libre. Les résultats de simulation trouvés en régime permanent seront comparés par rapport aux d'autres résultats trouvés par certains chercheurs (Bear et al, 2001) ou par des logiciels Modflow (seawat-2000)

V.2.1 Simulation en régime permanent sans pompage :

Le premier exemple à traiter est le même exemple traité par Bear et al, (2001). Il s'agit d'une nappe libre côtière située à Palestine, c'est la nappe de Khan-Yunis.

La figure représente la géométrie de l'aquifère et les conditions aux limites du problème.

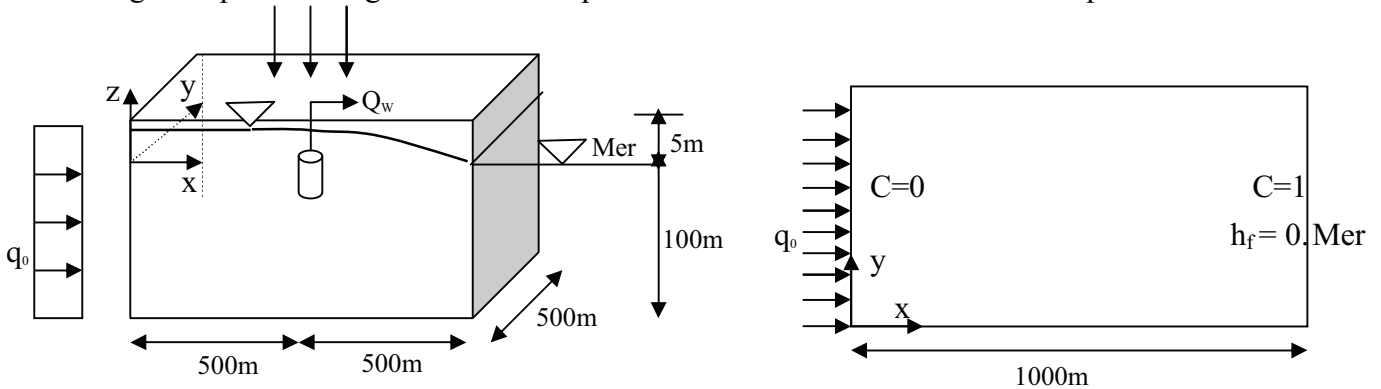


Figure V.9 Domaine et conditions aux limites du problème [Bear et al., 2001]

Le tableau V.3 représente les données des différents paramètres de l'aquifères.

Tableau V.3. Jeu de données du problème (Bear et al., 2001)

Paramètre	valeur
Porosité (Φ)	0.25
Conductivité horizontale à saturation ($K_{xx} = K_{yy}$)	20m/j
Recharge naturelle précipitation (N)	0.15m/an
Flux latéral d'eau douce (q_0)	0.0215m/j/unité de profondeur
Débit extrait (Q_w)	392.2m ³ /j
Masse volumique de l'eau douce (ρ_0)	1000 kg/m ³
Masse volumique de l'eau de mer (ρ_s)	1025 kg/m ³
Coefficient du rapport relatif de densités (ϵ)	0.025
Coefficient de diffusion longitudinal (α_L)	10m
Coefficient de diffusion transversale (α_T)	1m
Coefficient de diffusion moléculaire (D_m)	0 m ² /j
Dimensions de l'élément fini ($\Delta x, \Delta y$)	50m x 25m
aA (dispersion apparente)	3.9

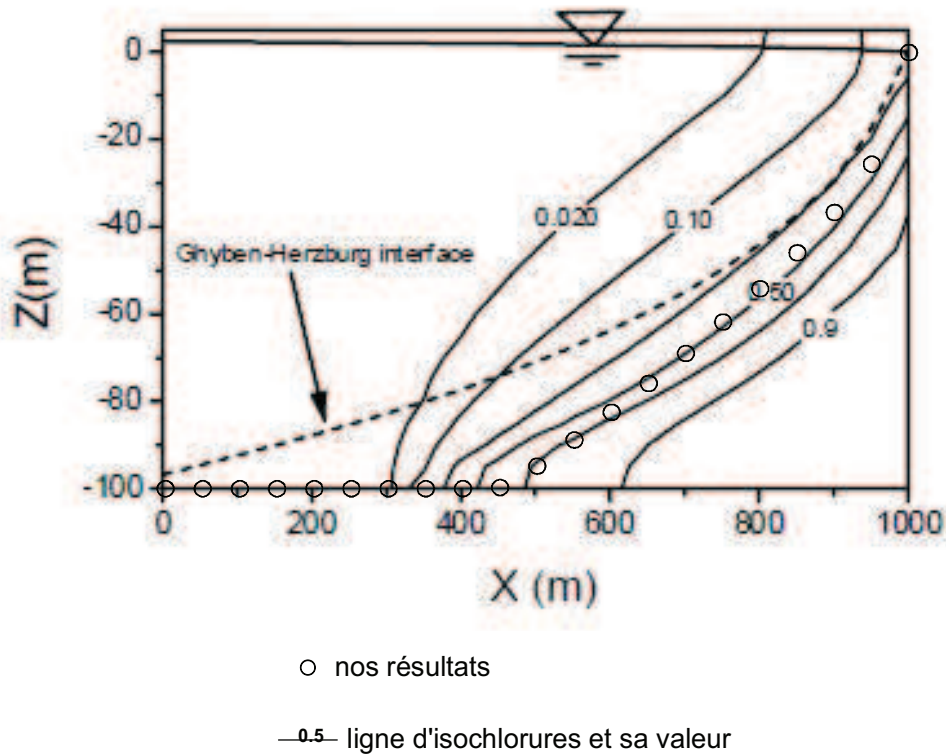


Figure V.10. Résultats de simulation en régime permanent
Profondeur de la zone salée en petits cercle (nos résultats) et en lignes continues
concentration relatives en chlorure (Bear et al. , 2001)

Bear et al, (2001) ont utilisé un modèle numérique tridimensionnel par éléments finis pour simuler l'intrusion marine dans l'aquifère.

La simulation de l'exemple précédent à l'aide du logiciel seawat 2000 de Modflow a été effectuée par (Arlai, 2007) les résultats de simulation sont représentés par la figure V.11.

L'objectif de représenter les résultats précédents est de comparer nos résultats trouvés à l'aide du code ' seawatint' avec les résultats trouvés par l'application d'un logiciel très utilisé dans la simulation numériques des écoulements et de transport de solutés dans les milieux poreux (Modflow).

A travers ces deux exemples, nous remarquons que notre code fournit des résultats plus ou moins satisfaisants. En effet, d'après Bear et al, (2001), la profondeur du front de salinisation ou l'interface eau douce eau salée coïncide avec la ligne d'isochlorure 0.5, ce qui est

Validation des codes de calcul

approuvée par nos résultats (figure V.11) et bien sure avec la ligne isochlorures 17.5kg/m^3 lorsque la salinité de l'eau de mer est prise égale 35kg/m^3 .

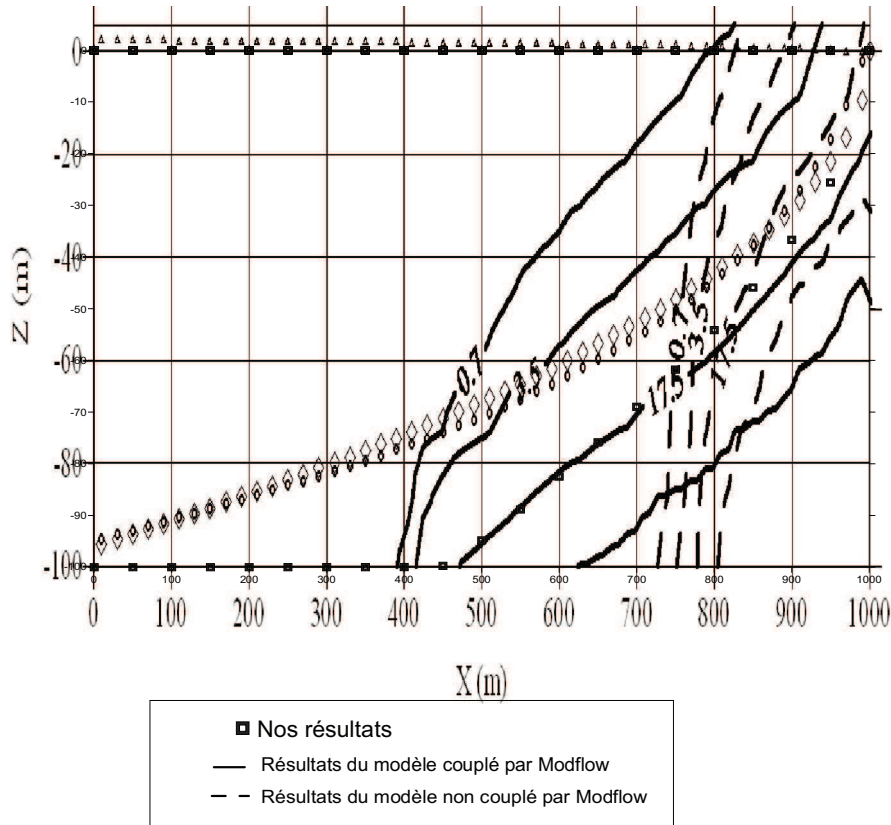


Figure V.11. Comparaison de nos résultats avec les résultats de simulation effectuée à l'aide du logiciel Modflow (Arlai, 2007)

V.2.2 Influence du pompage :

Dans le but de présenter les résultats de simulation dans le plan xy, un exemple d'une nappe libre est traité (Sorek et al., 2001). La figure V.12 représente la géométrie et les conditions aux limites de l'aquifère. L'aquifère composé de deux zones contenant chacune un puits.

la première zone limitée $0 < y < 300$, caractérisée par $K_{xx} = K_{yy} = 1\text{m/j}$, $\alpha_L = 10$, $\alpha_t = 1$, $S_y = 0.2$

Le puit F1 situé à $(X = 500\text{m}, Y = 200\text{m})$ fournit un débit de $750\text{m}^3/\text{j}$

La deuxième zone limitée par $300 < Y < 1000$ et dont les paramètres $K_{xx} = K_{yy} = 0.1\text{m/j}$, $\alpha_L = 5$, $\alpha_t = 0.5$, $S_y = 0.2$ le puits F2 localisé à $(X = 0, Y = 600)$ fournit un débit de $250\text{m}^3/\text{j}$.

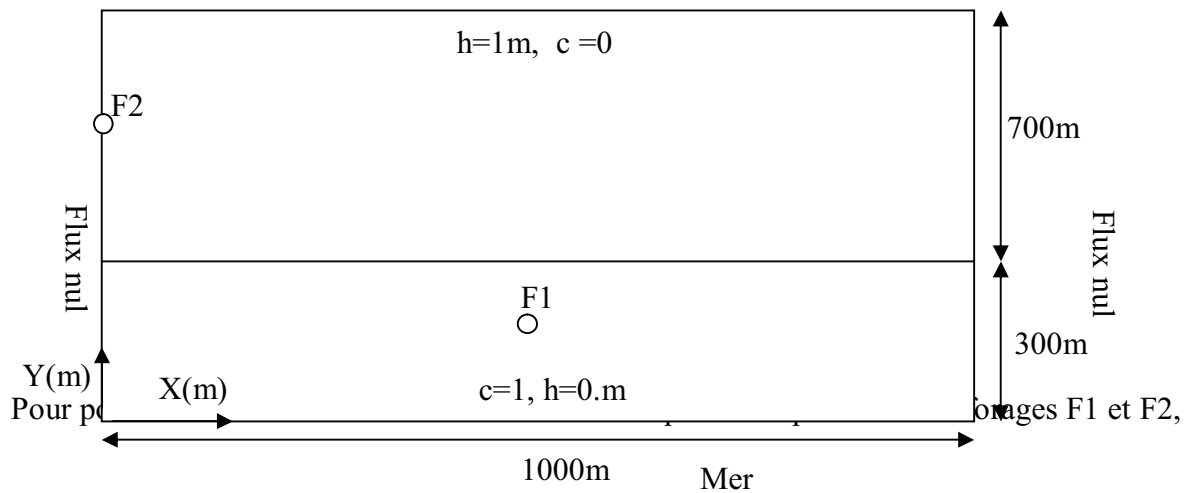


Figure V.12. domaine et conditions aux limites du problème (Sorek et al., 2001)

Nous devons faire d'abord la simulation en régime permanent dont la solution sera prise comme une solution initiale pour le régime transitoire.

La simulation en régime permanent est faite sans pompage.

Les résultats de simulation en régime transitoires sont illustrés par la figure V.13.

La figure V.13 représente les lignes d'iso-chlorures après 10ans de pompage.

On remarque que le forage F1 est contaminé. Les lignes d'iso-chlorures sont attirées à l'intérieur de l'aquifère et particulièrement dans la direction du forage F1 sous forme d'Upconing. On peut expliquer ce phénomène par le fort gradient hydraulique engendré par le pompage qui augmente la vitesse et notamment le flux de soluté par convection.

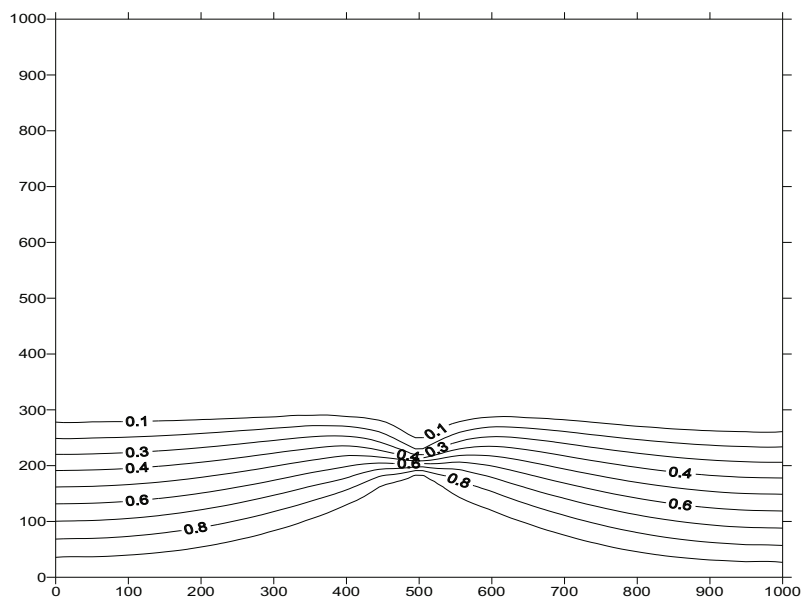


Figure V.13. Contours d'iso concentrations relatives en chlorures après 10 ans de pompage

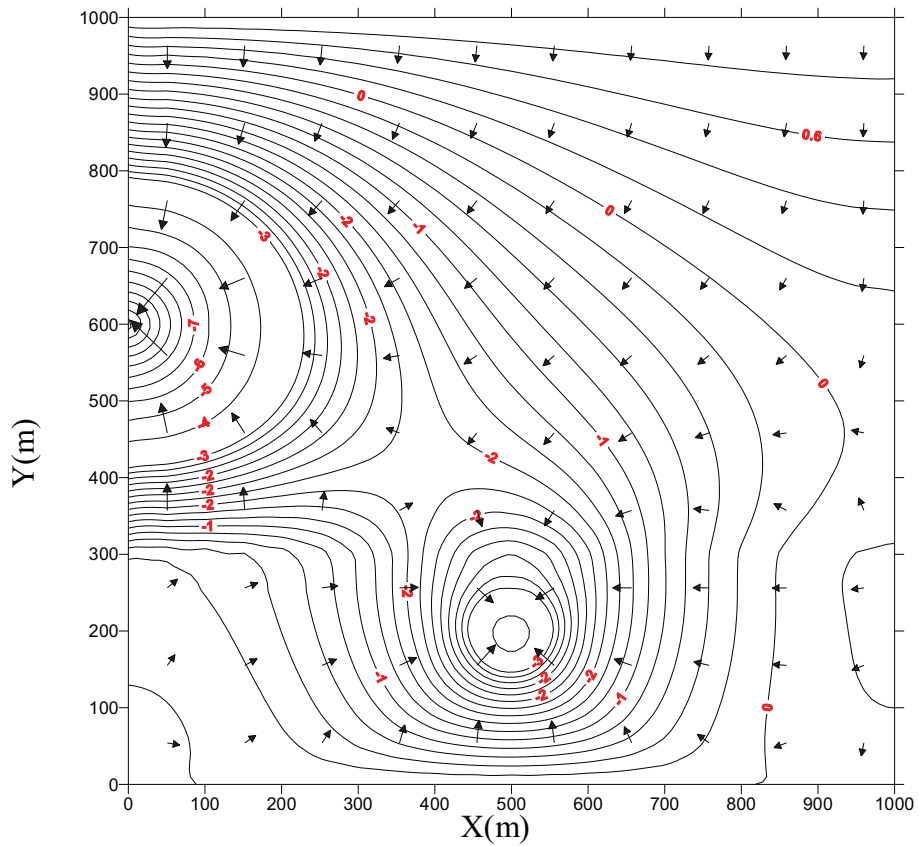


Figure V.14. Contours d'isopièze après 10 ans de pompage

D'autre part, la figure V.14 représente les contours du niveau piézométrique correspondant c'est-à-dire après dix ans de pompage.

On remarque une nette dépression au niveau des deux forages F1 et F2.

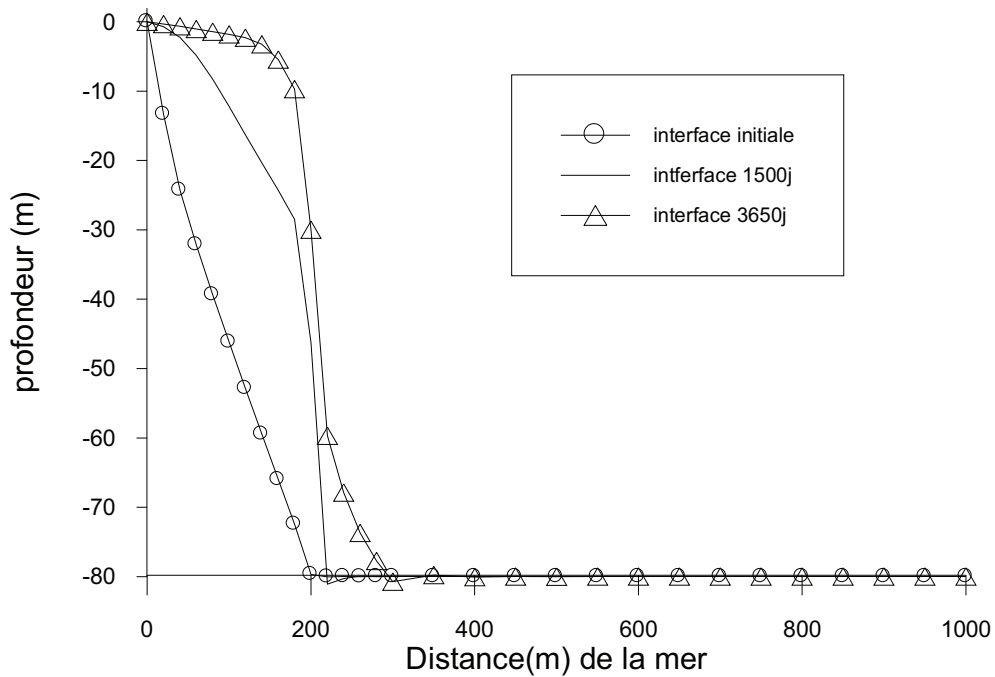


Figure V.15 variation spatiotemporelle de l'interface abrupte dans la section $x=500m$

Validation des codes de calcul

Si on représente la profondeur du front de salinisation de cette nappe, on prend la section de $x=500\text{m}$ en face du forage F1. La figure V.15 montre ce front de salinisation.

On remarque que l'interface s'étend à l'intérieur de la nappe en fonction de temps. À une distance 200m de la mer elle prend une cassure vers le haut à cause du pompage ce phénomène est connue d'upconning cela veut dire qu'on a pompé de l'eau salée.

V.2.3 Influence des conditions aux limites :

Dans l'exemple suivant, nous allons appliquer le code de calcul « seawatint » pour étudier l'influence des différents paramètres du modèle sur l'état de l'intrusion marine dans un aquifère libre. Les conditions naturelles à varier sont :

- la recharge naturelle ou artificielle
- pompage (débit et position)

L'exemple à traiter est le même présenté par Das (2001), il s'agit d'un aquifère libre dont les conditions aux limites sont représentées par la figure V. 16.

h_f : est le niveau piézométrique de l'eau douce par rapport à la mer au point (0,0).

Δh : différence de la charge piézométrique entre les deux points (0, 0) et (0, 1000m)

L'intérêt de cette application est de montrer l'importance de notre code pour nous aider à gérer et optimiser l'exploitation d'une nappe côtière libre.

Les paramètres du modèle et les caractéristiques de l'aquifères sont mentionnés dans le tableau V.4.

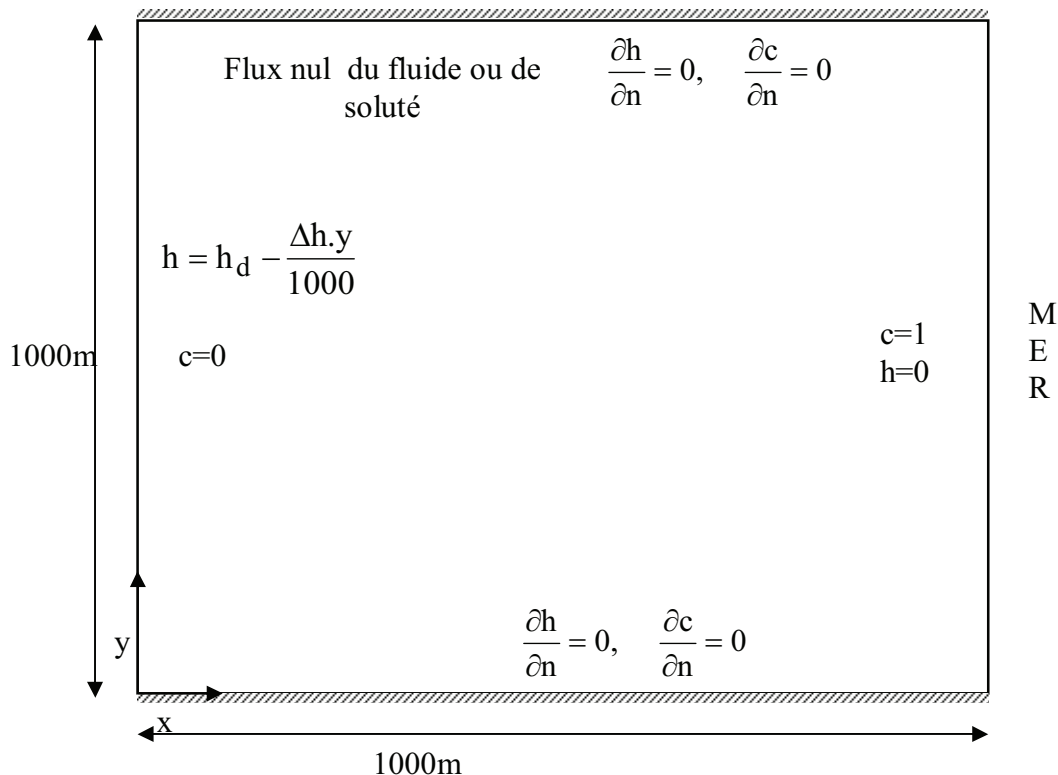


Figure V.16. Conditions aux limites du problème (Das, 2001)

Validation des codes de calcul

Tableau V.4 Paramètres du problème

paramètre	valeur
Conductivités hydrauliques $K_x = K_y$	20 m/j
Hauteur piezométrique eau douce h_d	0.95 m
Recharge naturelle N	0.02m/an
Δh	0.2m
Porosité ϕ	0.26
Rapport de densités ε	0.025
Dispersivité longitudinale α_L	25m
Dispersivité latérale α_T	5m
Diffusion moléculaire d_0	0.66m ² /j
Nombre d'éléments finis	100
Nombre des nœuds	121
Type d'élément fini	Quadrilatéral

Les résultats de simulation en régime permanent sont représentés par la figure V.17.

Le régime permanent est atteint après 4700 j avec un pas de temps de 2 jours.

On remarque que l'écoulement souterrain se dirige vers la mer mais présente une certaine inclinaison en amont (ligne isopiezis courbées). Le gradient hydraulique est plus élevé en aval (proche de la mer) qu'en amont où règne une charge hydraulique variable.

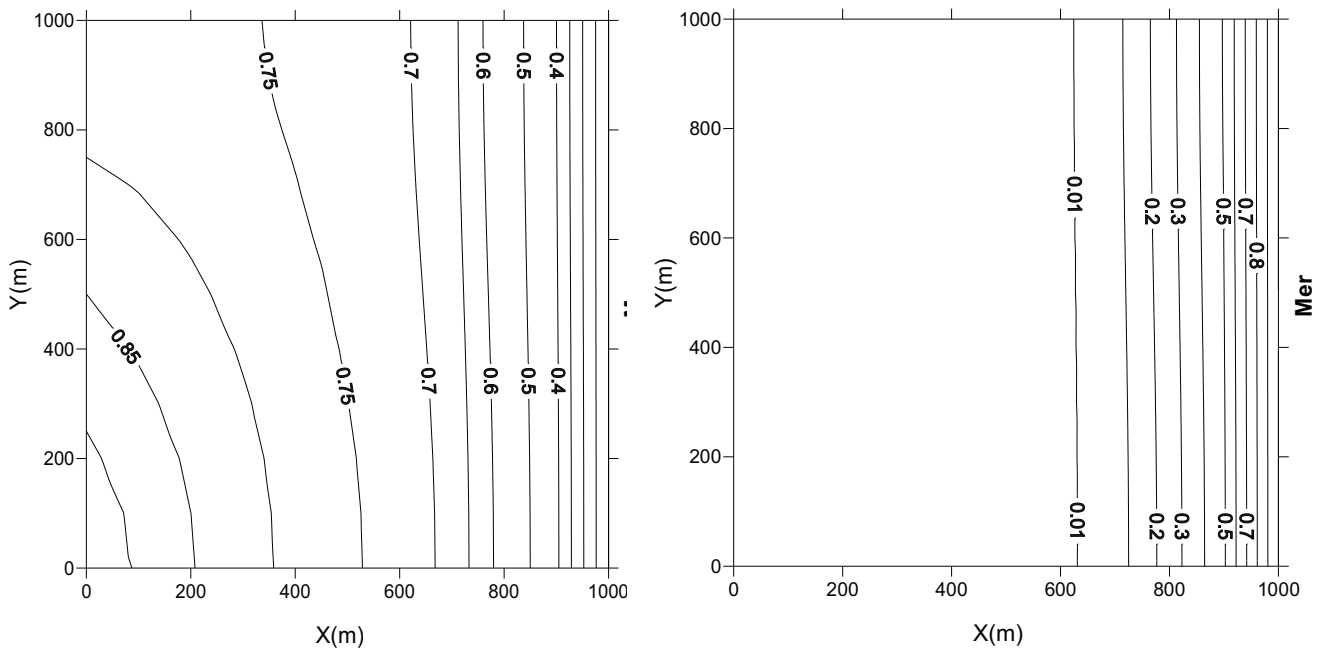


Figure V.17 Contours d'isopiezis a) et d'isochlorures b) en Régime permanent

Validation des codes de calcul

Dans la figure V.17, nous avons représenté les lignes d'isochlores entre les deux valeurs de 1 et 0.01 c' à dire entre 100% et 1% la salinité. Pour une salinité de la mer par exemple Méditerranée 35g/l, le 1% représente 350mg/l.

Les lignes d'isochlores se manifestent de la même façon que les lignes isopiezes elles sont plus serrées en amont proche de la mer.

La ligne d'isochlorure 0.01(1%) se situe à 370m de la mer et qui correspond à la limite de potabilité de l'eau (eau douce) du fait que la concentration en chlorure de l'eau de mer est près de 19000mg/l le 1% représente 190mg/l de chlorures.

La ligne d'isochlorure 0.5 correspondant à l'interface se trouve à 100m de la mer.

V.2.3.1 influence de la recharge naturelle :

Nous allons varier la recharge naturelle et arrêter le pompage et voyons comment ça va influencer sur les contours de la piézométrie et d'isochlorures. Nous prenons deux valeurs de la recharge 0.1m/an, et 0.3m/an.

Les résultats de simulation obtenus en régime permanent seront illustrés sur les figures V.18 et V.19

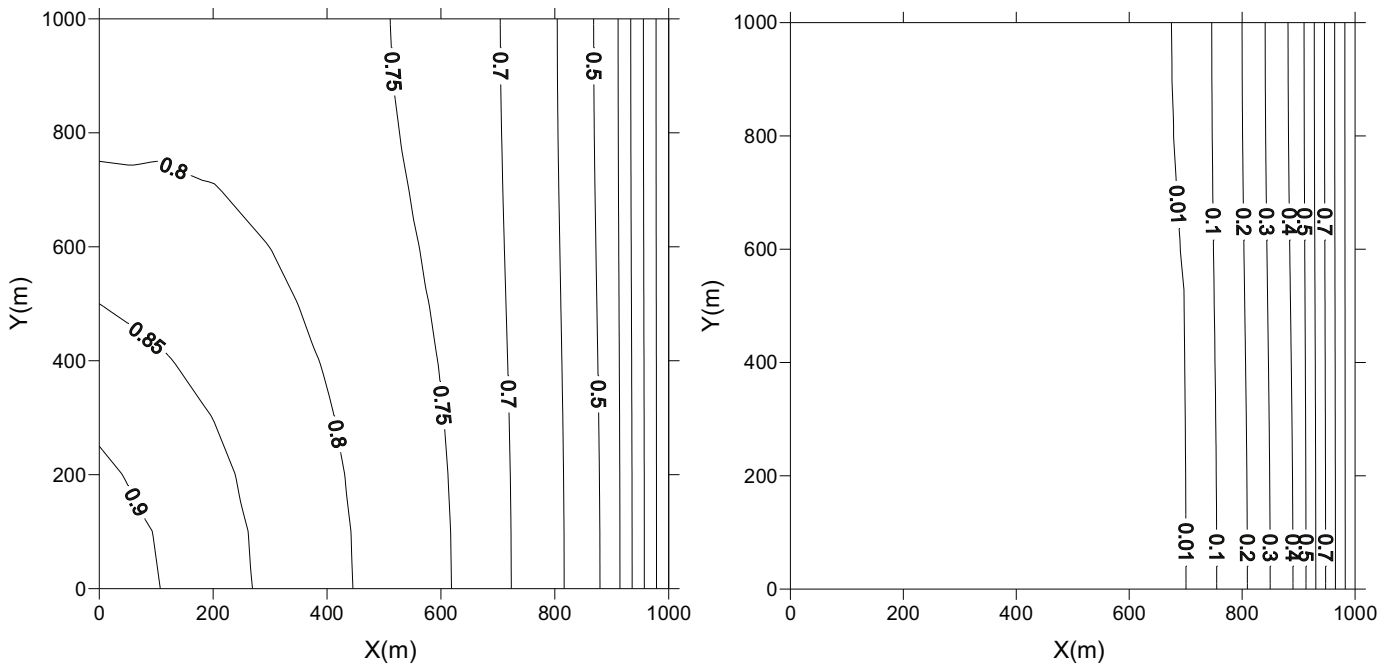


Figure V.18 Résultats de simulation en régime permanent avec une recharge de 0.1m/an

On remarque que les lignes isopiezes se décalent vers la mer en augmentant la valeur de la recharge et un net recul des lignes d'isochlores. Pour la ligne d'isochlore 0.01 c'est à dire 10% de la concentration de la mer elle s'est reculée de 30m en augmentant la recharge de

Validation des codes de calcul

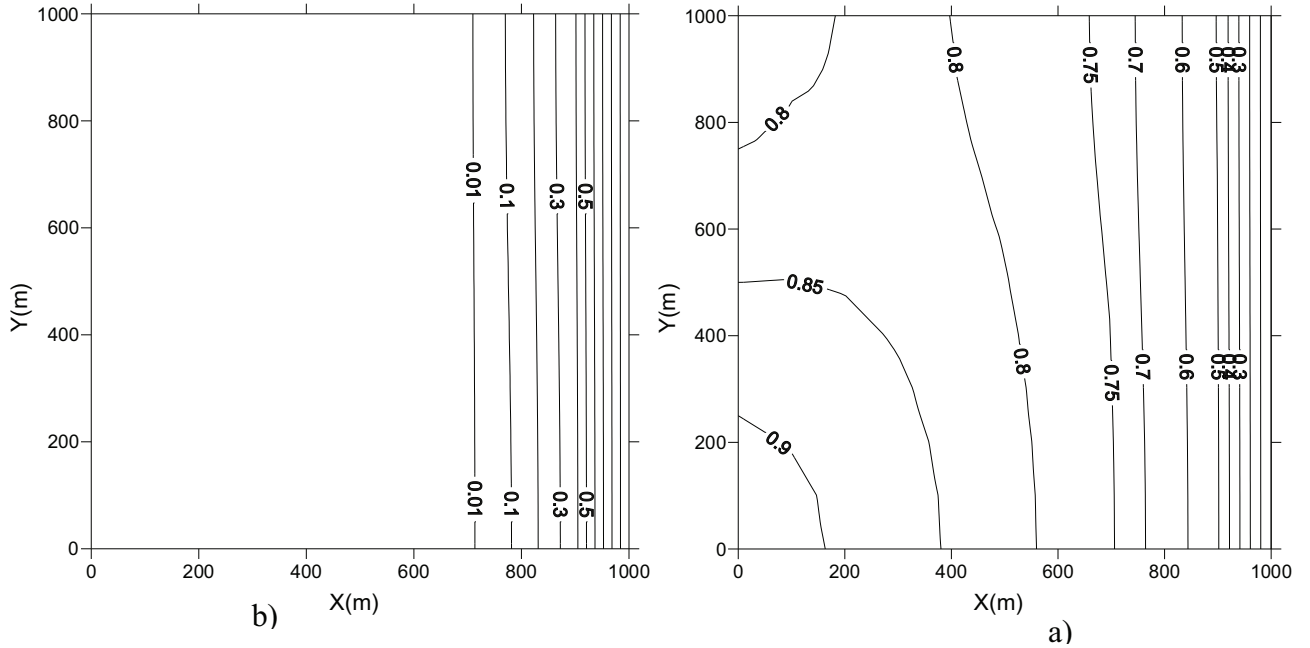


Figure V.19: contours d'isopiezies a) et d'isochlorures b) en régime permanent avec une recharge de 0.3m/an

0.1m/an à 0.3m/an. Cela a pour effet de faire reculer le front de salinisation et réduire la zone touchée par la salinité.

V.2.3.2 influence du débit de pompage :

La deuxième application concerne l'influence du débit extrait sur l'évolution de la piézométrie et de la concentration de chlorures de la nappe. Nous allons varier la valeur du débit extrait en fixant la position du forage. Nous prenons les valeurs du débit suivantes : 100m³/j , 200m³/j et 400m³/j.

Les résultats de simulations sont illustrés par les figures V.20, V21 et V.22

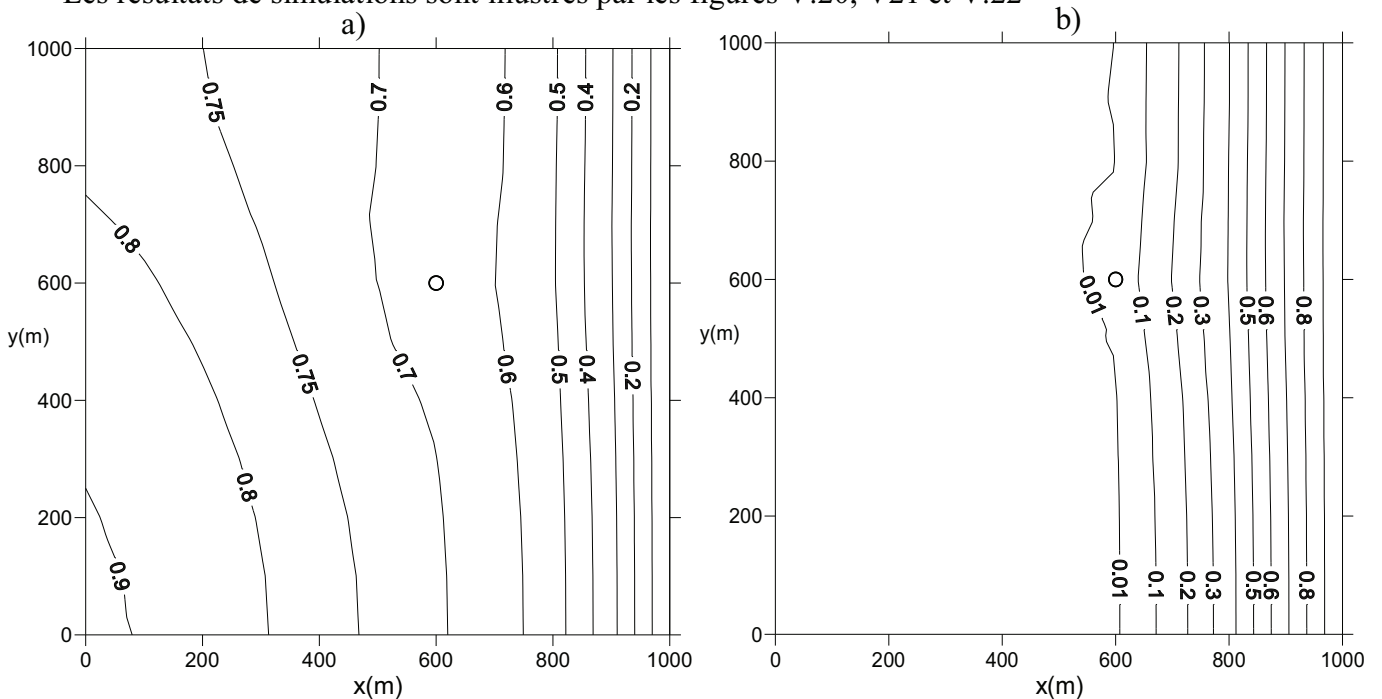


Figure V.20 Contours d'isopiezies a) et d'isochlorures b)
En régime permanent pour un débit de pompage 100m³/j

Validation des codes de calcul

Le puits est placé au point de coordonnées ($x=600\text{m}$, $y=600\text{m}$).

On remarque de la figure V.20 que le forage est faiblement salé salin où l'eau a une concentration de 0.05 de chlorure et la ligne isochlorure 0.01 s'est attirée au delà du forage en augmentant la surface de l'aquifère saline.

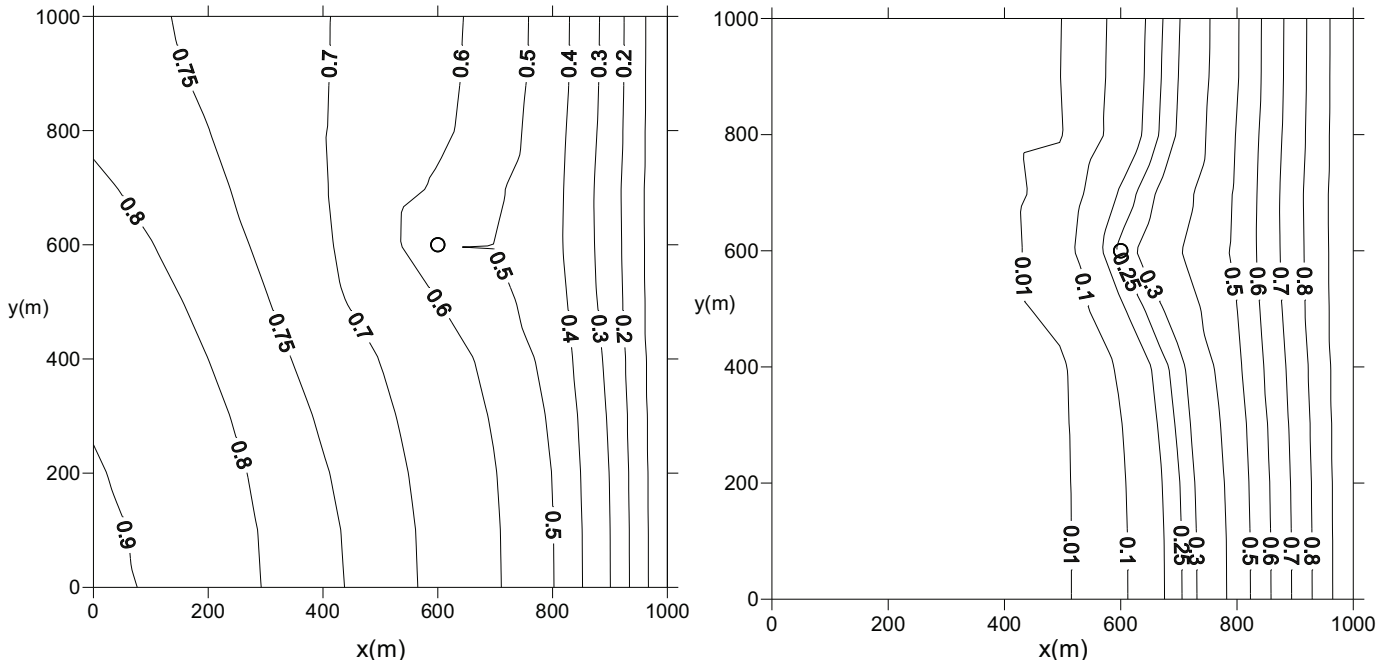


Figure V.21 contours d'isopiezies et d'isochlorures en régime permanent pour un débit d'exploitation de $200\text{m}^3/\text{j}$

En augmentant le débit du puits les lignes de salinité plus élevée s'attirent vers le forage en augmentant la salinité des eaux pompées ainsi d'étendre la zone salée. La ligne 0.01 se trouve à une distance 570m de la cote pour un débit d'exploitation de $400\text{m}^3/\text{j}$ (figure V.22)

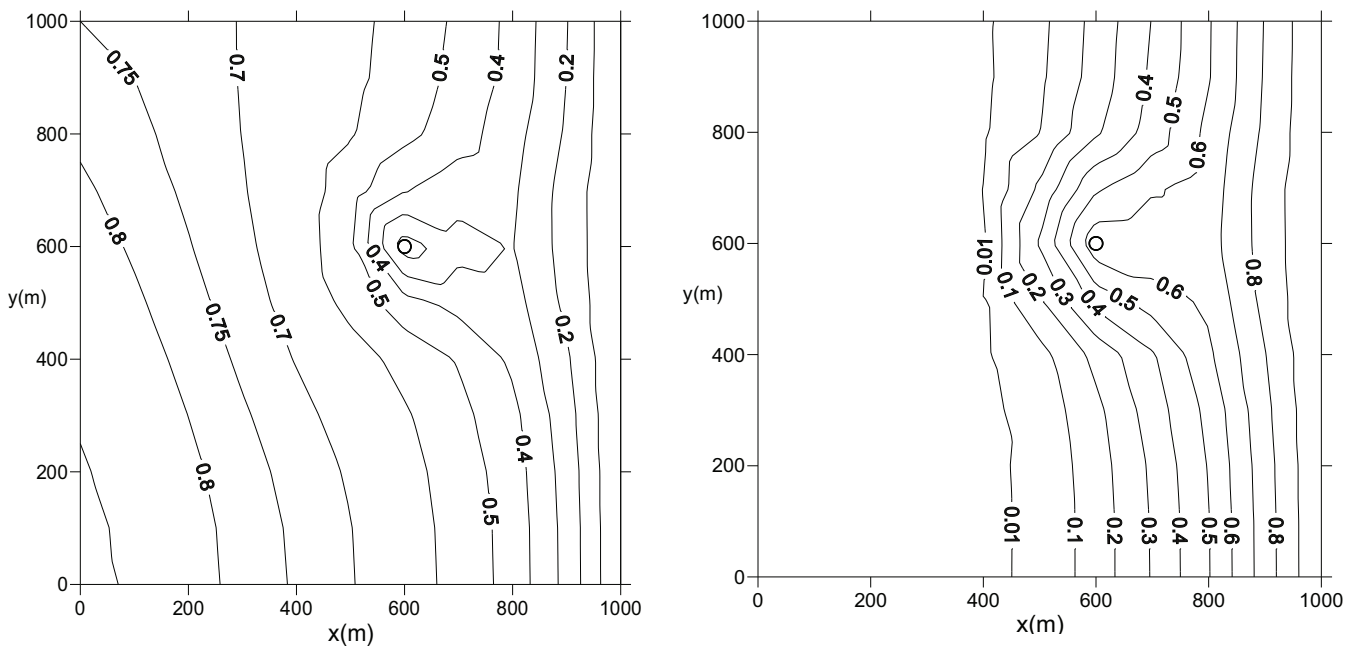


Figure V.22 contours d'isopiezies et d'isochlorures en régime permanent pour un débit d'exploitation de $400\text{m}^3/\text{j}$

V.2.3.3 Influence de la position du forage :

La surexploitation de la nappe aggrave l'intrusion marine, maintenant nous allons voir comment influe la position du forage sur l'état de l'intrusion marine.

Nous examinons deux position du forage, une à (300,600) et l'autre à (600, 200) en fixant le débit à $400\text{m}^3/\text{j}$.

Les résultats de simulation du régime permanent sont montrés par les figures V.23 et V.24.

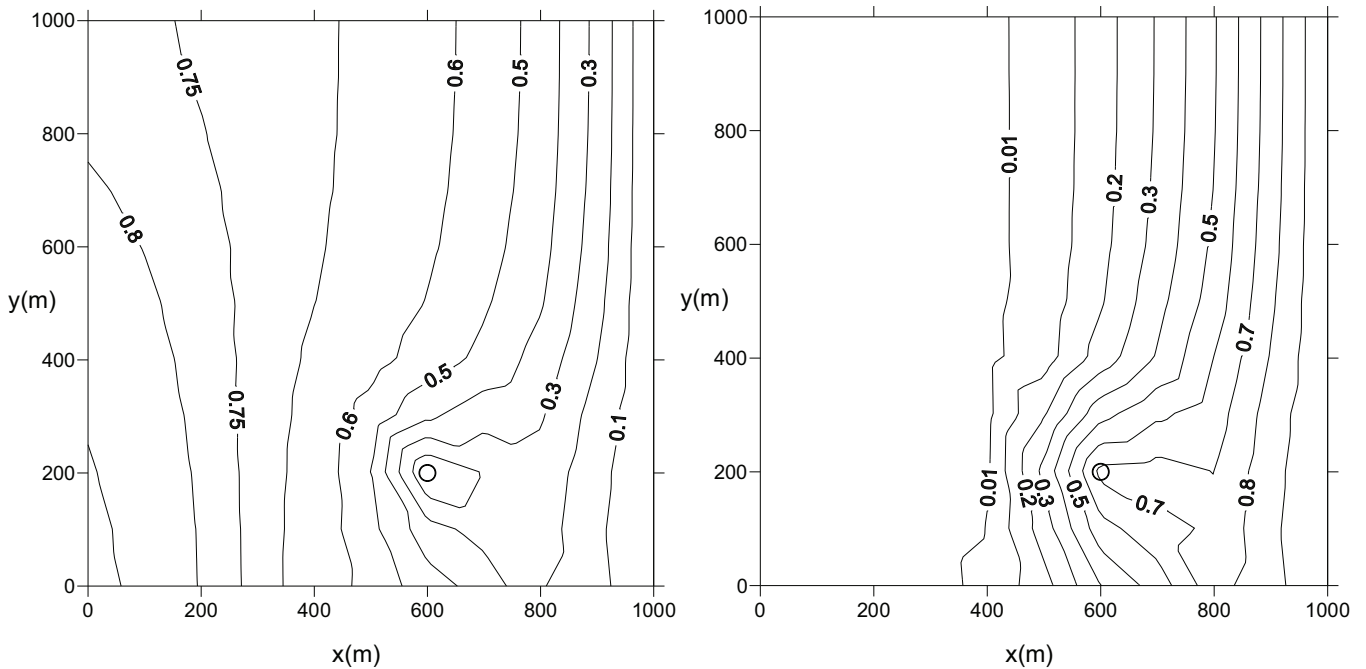


Figure V.23 contours d'isopiezies et d'isochlorures en régime permanent pour un débit d'exploitation de $400\text{m}^3/\text{j}$ placé en $x=600\text{m}$, $y=200\text{m}$

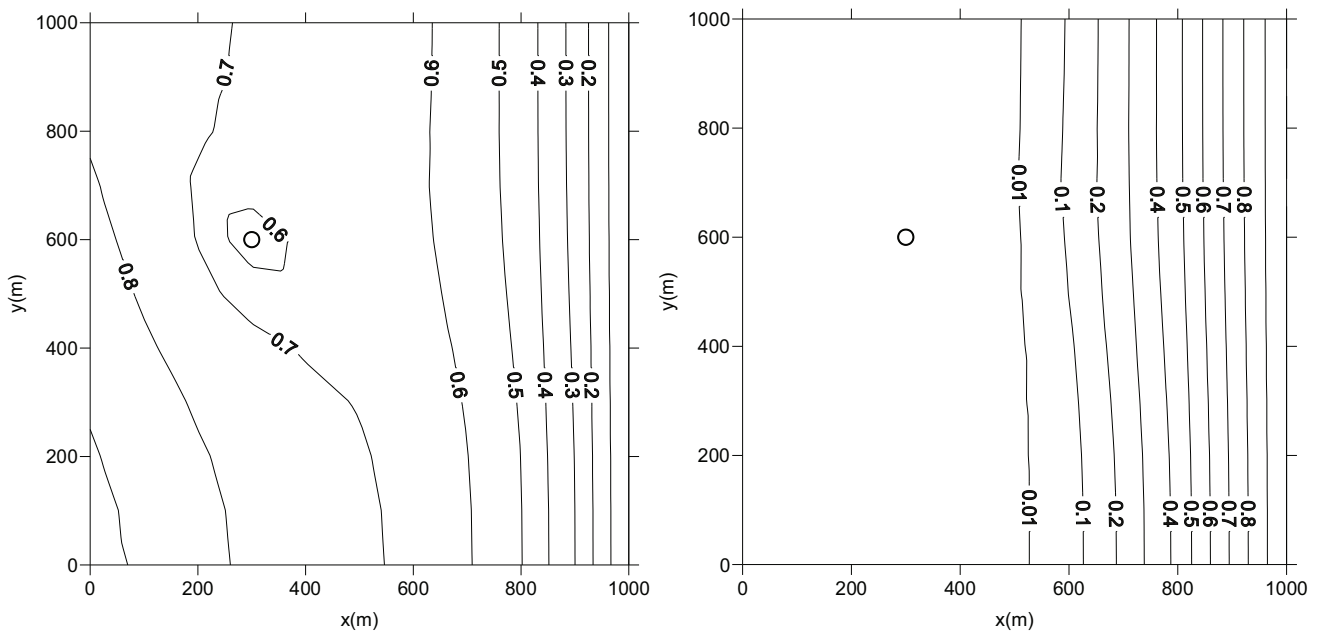


Figure V.24 contours d'isopiezies et d'isochlorures en régime permanent pour un débit d'exploitation de $400\text{m}^3/\text{j}$ placé en $x=300\text{m}$, $y=600\text{m}$

Validation des codes de calcul

La figure V.24 montre que le forage placé en (300m ,600m) distant de 700m de la cote ne présente pas un risque d'intrusion marine car en régime permanent le forage reste non contaminé par l'eau salée. La ligne d'isochlorure 0.01 se trouve à une distance de 200m du forage. Par contre dans la figure V.23 où le forage est placé en (600,200m) distant de 400m de la mer il est contaminé par l'eau salé.

Les lignes d'isopiezes sont aussi attirées vers le forage en criant une dépression autour du forage.

V.2.3.4 Influence de la recharge après pompage :

Examinons le cas où la nappe est rechargée après une surexploitation par un puits de débit 400m³/j. les conditions initiales en régime permanent après pompage sont les mêmes données par la figure V.22.

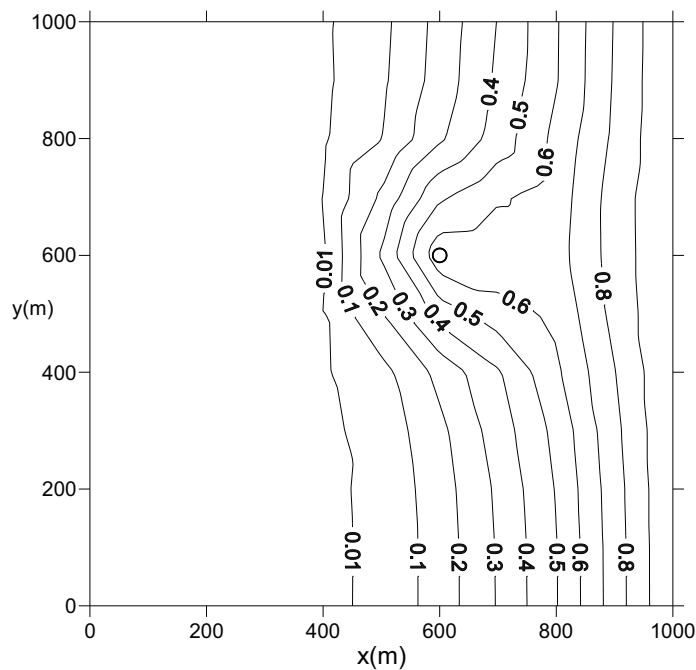


Figure V.25 : contours d'isochlorures initiaux après le pompage en régime permanent

Si on maintient une recharge naturelle de la nappe de 0.1m/an et en arrêtant le pompage, la figure V.26 présente les résultats de simulation en régime permanent qui s'établi après 4140jours avec un pas de temps de 5jours.

La figure V.26 montre également qu'on peut remédier le phénomène par recharge à condition qu'il faut arrêter le pompage. Cela nécessite presque 11 ans de recharge.

Validation des codes de calcul

On remarque que la ligne d'isochlorure 0.01 est repoussée de 430m à 600m ce qui fait un recul de 270m et elle se trouve à nouveau à une distance 400m de la cote avant qu'elle était à 570m.

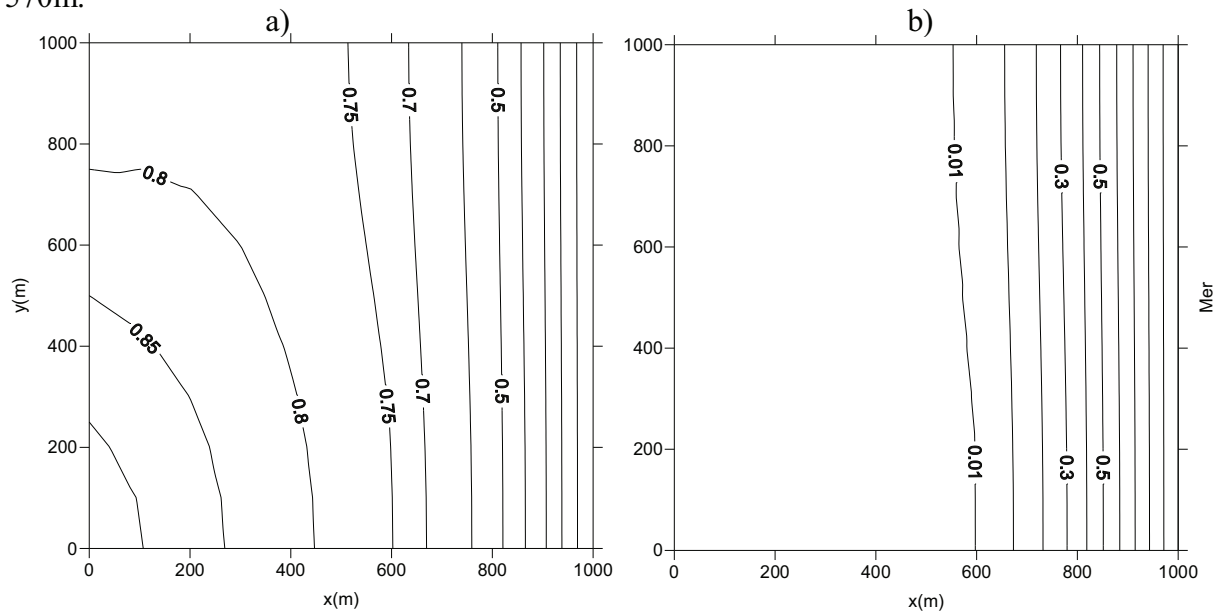


Figure V.26 contours d'isopiezés a) et d'isochlorures b) après recharge naturelle de 0.1mm/an

V.2.4 Conclusion :

Le code de calcul basé sur zone de transition a été validé par rapport à des résultats d'autres codes de calcul tridimensionnel (Bear et al., 2001) , Modflow (Alrai, 2007). Nous l'avons appliqué sur le cas d'une nappe libre où il nous a donné les contours d'isochlorures relatifs et d'isopiezés.

Le code nous permet aussi de déterminer la position de l'interface ou proprement dit le front de salinisation dans l'aquifère qui coïncide avec la ligne d'isochlorure 0.5.

Les résultats de simulation trouvés sont satisfaisants malgré que le code de calcul ne soit pas tridimensionnel. Le code de calcul 'seawint' permet de nous donner les concentrations en chlorures dans l'espace et dans le temps au contraire au code 'sharpint' qui peut nous donner seulement la position du biseau salé sans connaître la concentration en chlorures.

Nous avons étudié également comment influencer les conditions aux limites tels que le pompage, la recharge sur l'évolution spatiotemporelle des contours d'isochlorures. Nous avons trouvé que le débit de pompage et la position du forage ont pour effet de décaler les lignes d'isochlorures vers l'intérieur de la nappe loin de la cote (phénomène d'upconning) ce qui augmente la superficie de l'aquifère touchée par l'intrusion marine.

L'intrusion marine s'accélère sous l'effet du pompage.

Validation des codes de calcul

Par contre la recharge repousse les lignes d'isochlorures vers la mer mais très lentement ce qui permet constater que le remède du phénomène de l'intrusion marine est très difficile mais c'est réversible.

Donc il vaut mieux éviter l'intrusion marine que le remédier, pour ce faire il faut déterminer le débit optimal de pompage et également la position du forage dans l'aquifère qui n'influent pas sur les lignes d'isochlorures. Alors, la simulation numérique à l'aide des codes de calcul permet de répondre à cette exigence et donnera la solution à ce problème.

A la fin de ce chapitre si on compare les deux codes ainsi développés, on dira que le code de calcul Sharp basé sur l'interface abrupte est facile à le mettre en œuvre, il nécessite seulement les données hydrodynamique de la nappe, par contre le code seawint est très difficile à le programmer et nécessite une adaptation du maillage ce qui est très coûteux de point de vue temps d'exécution et de stabilité de la solution numérique. En plus il nous faut les deux coefficients de dispersivités longitudinal et transversal.

Sur la base de ces contraintes nous allons choisir le code de calcul 'sharpint' pour simuler l'intrusion marine dans l'aquifère côtier de Oued Nador de la wilaya de Tipaza et qui fera l'objet du 7^{ème} chapitre de cette thèse.

CHAPITRE VI

Etude de l'intrusion
marine dans l'aquifère côtier
de l'Oued Nador (W. Tipaza)

Chapitre VI. Etude de l'intrusion marine dans l'aquifère côtier de l'Oued Nador (W. Tipaza)

VI.1 Introduction :

Comme déjà évoqué le but de ce travail est d'étudier le phénomène de l'intrusion marine dans les aquifères côtiers en général. La nappe côtière d'Oued Nador fera l'objet de l'application de notre code de calcul élaboré. Ainsi, nous n'allons pas détailler la description de la zone d'étude, seulement nous présentons les données nécessaires pour le calcul et l'application de notre code. Parmi ces données, les données climatiques (précipitation et évapotranspiration), les données géologiques, hydrogéologiques et hydrochimiques en se basant sur les études antérieures menées par Mesbah (1980), Bouderbala (2007, 2015) et Fergani & Challal (2007).

VI.2 Situation géographique :

La basse vallée de l'oued Nador est une plaine qui fait partie d'un grand ensemble littoral appelé Sahel d'Alger. Elle est située à 75km environs à l'Ouest d'Alger (Figure VI.1).

Administrativement, notre zone d'étude se trouve dans la wilaya de Tipaza.

Ce secteur est limité :

- Au Nord, par la mer méditerranée.
- Au Sud et à l'Est, par les pentes du Sahel.
- A l'Ouest, par le massif du Chenoua.

Cette vallée empreinte un sillon synclinal d'orientation NNE – SSW dont l'axe principal est occupé par l'Oued Nador qui a donné son nom à la plaine alluviale.

VI.3 Données climatiques :

Les données climatiques concernent les précipitations et l'évapotranspiration. Deux stations climatiques les plus proches sont choisies pour mesurer les précipitations durant la période (1988-2012). Les stations choisies sont récapitulées dans le tableau VI.1.

Tableau IV.1 caractéristiques des stations hydrométriques

Station pluviométrique	Code (ANRH)	Coordonnées		Altitude (m)
		X (km)	Y (km)	
Hadjout	02-03-25	474,55	357,40	80
Boukourdene	02-03-29	464,30	359,90	110

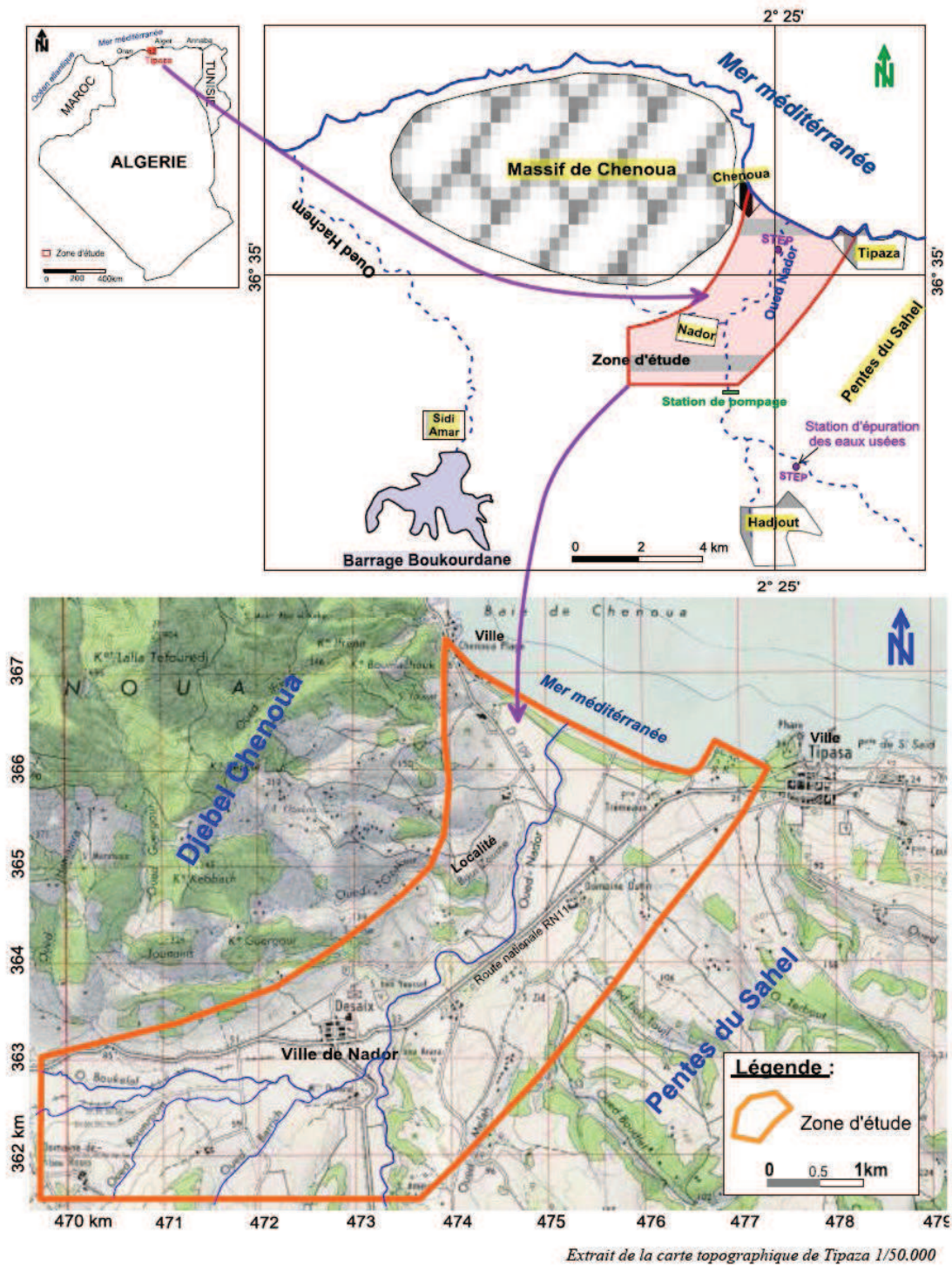


Figure VI.1 Situation géographique de la zone d'étude (Bouderbala.2015)

VI.3.1 précipitations :

Les précipitations moyennes mensuelles et totales annuelles relatives à la période (1988/2012) sont données dans le tableau VI.2

Tableau VI.2 précipitations moyennes mensuelles et annuelles

Station	Sep	Oct	Nov	Dec	Janv	Fev	Mars	Avr	Mai	Juin	Juill	Août	Annuelle
Boukourdane	31,8	47,1	84,6	81,5	73,8	67,6	58	53,4	32,6	5,3	2,3	3	541
Hadjout	28,01	42,86	81,33	69	78,66	64,8	52,7	57,7	31,72	5,79	1,48	2,44	516,5

(Source ANRH)

La précipitation moyenne annuelle est égale près 529mm c'est la moyenne des deux valeurs de la précipitation des deux stations.

VI.3.2 Températures :

La température est un facteur très important régissant les facteurs climatiques et intervenant dans le calcul de l'évapotranspiration. On peut établir un ordre de grandeur des conditions climatiques de la zone d'étude à partir des données disponibles au niveau de la station de Boukourdane la plus proche de la zone d'étude.

Les mesures enregistrées portent sur une période allant de 1988 à 2012 et qui présentent les températures moyenne, minimale et maximale voir tableau (VI.2)

Tableau VI.3 Températures moyenne et extrêmes dans la station de Boukourdane

Mois	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Janv.	Fev.	Mars.	Avr.	Mai	Juin	Juil.	Aou.	Moy
Tmoy (-C)	23,2	19,6	15,3	12,2	10,9	11,8	13,5	15	18,8	23	26,3	26,5	18,01
Tmin (-C)	17,1	13,2	10,2	8,2	6,3	6,6	8,8	10,1	12,8	17,4	20,7	20,2	12,63
Tmax (-C)	29,6	26,4	20,5	16,8	17	17	19,1	20,6	25,2	29,2	32	32,9	23,86

(Source ANRH)

VI.3.3 L'humidité relative

L'humidité relative ou l'état hydrométrique est le rapport exprimé en pourcentage de la tension maximale correspondant à la température.

Tableau VI.4 Valeurs de l'humidité relative de la station de Boukourdane (1988 -2012)

Mois	Sept.	Oct	Nov	Dec	Jan	Fév	Mar	Avr	Mai	Juin	Juil	Aout	Moy
H (%)	77	75	73	74	75	72	74	73	74	75	77	79	75

(Source ANRH)

Le tableau VI.4 montre que la valeur de l'humidité relative la plus élevée est enregistrée à l'été au mois d'Aout, avec une valeur de 79 % et la valeur minimale est observée en hiver au mois de Février, soit une valeur de 72 %. Il est à signaler que l'humidité relative dans cette région augmente le matin et le soir de la journée par rapport à midi du jour

VI.3.4 L'évaporation

L'évaporation est un phénomène physique qui permet une appréciation des conditions climatiques d'une région, elle résulte de la superposition des échanges entre l'eau et le pouvoir absorbant de l'atmosphère. C'est un passage de l'eau entre l'état liquide et l'état gazeux. Les valeurs de l'évaporation du plan d'eau libre sont adoptées d'après les données observées au niveau du Barrage Boukourdane voir tableau VI.5.

Tableau VI.5 Valeurs moyennes mensuelles de l'évaporation mesurée au niveau de la station de Boukourdane (1988-2012)

Mois	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Janv.	Fev.	Mars	Avr.	Mai	Juin	Juil.	Aout	Moy.
Emoy(mm)	158,8	130,4	81,4	84,3	58,8	65,9	103,8	124,2	169	199,3	225,3	202,1	133,61

(source ANRH)

Les observations de l'évaporation moyenne mensuelle pour la période 1988-2012 montrent une valeur maximale au mois de Juillet (225.3 mm) et une valeur minimale au mois de Janvier (58.8 mm), une moyenne mensuelle de 133.6 mm et une totale annuelle de 1603.3 mm.

VI.3.5 Evapotranspiration :

Le phénomène de l'évapotranspiration se compose, d'une part, de l'évaporation directe qui s'effectue à partir des sols humides et des différents plans d'eau et la transpiration des végétaux d'autre part.

L'évapotranspiration est une des composantes fondamentales du cycle hydrologique et son étude est essentielle pour connaître le potentiel hydrique d'une région ou d'un bassin versant.

On distingue :

- Une évapotranspiration potentielle qui correspond à la quantité d'eau susceptible d'être évaporée par une surface d'eau libre ou par un couvert végétal dont l'alimentation en eau n'est pas le facteur limitant.
- Une évapotranspiration réelle qui est une réponse, en termes de vapeur d'eau, d'un milieu donné à la demande exercée par l'évapotranspiration potentielle, compte tenu de la quantité d'eau disponible. Pour l'estimation de l'évapotranspiration, on a utilisé les formules empiriques, tel que la formule de Thornthwaite.

Le calcul de l'évapotranspiration se base sur la température de l'air. On opte pour deux méthodes qui sont plus utilisées pour évaluer l'ETP, il s'agit :

- méthode de THORNTHWAITE
- méthode de TURC

Le tableau VI.3 présente les résultats de l'application des deux méthodes pour le calcul de l'ETR établi par Bouderbala (2015).

Tableau VI.6 : Récapitulatif des valeurs de l'ETR.

Méthodes	Formule de TURC	Bilan de THORNTHWAIT	Précipitations (mm)
ETR (mm)	500	426	541
ETR (%)	92,5	87.75	

(source Bouderbala, 2015)

La valeur moyenne de l'ETR obtenues par les deux méthodes qui sera retenue par notre code de calcul ce qui donne une valeur de 463 mm soit 85.5% de la précipitation.

VI.3.6 Taux d'Infiltration :

La lame d'eau infiltrée est calculée en se basant sur le bilan hydrologique de la nappe. Selon l'étude menée par (Mesbah ,1986) les infiltrations sont estimées près de 22.27mm ce qui représente 4.1% de la précipitation alors qu'elle est estimée à 7.1% de la précipitation selon (Bouderbala, 2015)

VI.4 Données géologiques :

La zone d'étude fait partie du domaine tellien constituant la ride de Sahel, formée de sédiments plio-quaternaire. La Mitidja forme une dépression synclinale, riche en formations récentes à remplissage néogène et remblaiement quaternaire, d'orientation WSW- ENE, cette zone sépare deux reliefs Voir figure VI.2:

- Au Nord, l'anticlinal du Sahel d'une altitude moyenne de 267m, isole la plaine de la Mitidja de la mer méditerranée.
- Au Sud, le massif à schistosité de Blida- Mouzaia qui tranche brusquement la plaine. Il est caractérisé par d'épaisses séries Méso-Cénozoïque.

Localement, la plaine d'Oued Nador est un synclinal orienté globalement NNE-SSW à remplissage plio-quaternaire, délimité à l'Ouest par des terrains d'âge miocène (faciès argileux, roches éruptives), à l'Est et au Sud par des affleurements calcaréo-gréseux astiens

VI.4.1 Description lithostratigraphique de la région d'étude :

VI.4.1.1. Le Pliocène :

Les formations du Pliocène apparaissent essentiellement dans la partie Sud et Est de la plaine. Elles présentent des affleurements sous forme de dépôt sédimentaires de nature marneuse et molassique.

VI.4.1.2. Le Plaisancien : Selon Glangeaud (1952), le Plaisancien apparaît comme une série uniforme de marnes bleues, légèrement gréseuse à la base et avec des intercalations de lentilles gréseuses vers le sommet. L'épaisseur de cette formation augmente du Nord vers le

Légende :

Actuel

A
a ^P
a ^D
E
1
2

A- Alluvions actuelles des vallées

a^P Plages

a^D Dunes actuelles

E - Eboulis et dépôts de pentes

a² 1- Alluvions récentes
2- cônes de déjection, dépôts torrentiels

Pléistocène

q ³ c ^D
q ^{3c} m ^{3c}

1- Dunes consolidées

2- Lumachelle à pectoncles, poudingues et grès marins

3- Alluvions anciennes

q ^{3c} D ²
q ^{3c} m ^{3c}

1- Dunes lapidifiées postérieurs à q^{3c}m^{3c}

2- Lumachelle à pectoncles avec ou sans galets

q

Alluvions anciennes

(comblement de la Mitidja)

Pliocène Astien

as

Sables argileux plus ou moins rubéfiés

Plaisancien

1 2 3 4

1-p²A Faciès argileux ou argilo-sableux

2-p²G Faciès gréseux ou argilo-gréseux

3-p²C Faciès calcaire ou calcaréo-gréseux

VI.4.1.3 L'Astien :

Miocène moyen

1 2 3 4

1-mm^A Faciès argileux
2-mm^C Faciès calcaire

Miocène Inf.

1 2

1- Faciès argileux
2- Faciès gréseux

Oligocène

1 2 3

1-0^P Poudingues
2-0^G sableuses, grès et Marnes, mames microbrèches

3-0^C Calcaires, calcaires à silex et brèches calcaires

Lutétien

e ⁵

Faciès Sud= englobant par place de l'Aturien, marnes et marno-calcaires avec lentilles à Nummulites

Faciès Nord= calcaires à Nummulites et Alvéolines

Crétacé

c ^{9,8}

Marnes et marno-calcaires à Globotruncana

c ^F

Flysch crétacé de la bordure sud du Chenoua

Jurassique sup.

j ^{8,7}

Calcaires en petits bancs surmontés par des calcaires massifs à silex peu abondants

Jurassique Inf

j ^{2,1}

Calcaires massifs parfois oolithiques à la base et calcaires en dalles à silex au sommet

Trias

t ²

Calcaires vermiculés, calcaires siliceux, calcaires jaunes à Myophories et Gastéropodes et cargneules

Permien

p

Conglomérats à éléments siliceux, grès variés et argiles rouges

Dévonien

d

Schistes noirs, microbrèches à Tentaculites, lydiennes grès à plantes

Eruptif

p α

p - Rhyolite du Vindobonien
α - Andésites du Burdigalien

Signes conventionnels

Contour géologique
Contour géologique



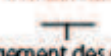
Faïlle



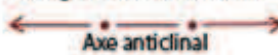
Verticalité



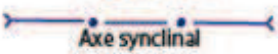
Horizontalité



Plongement des couches



Axe anticlinal



Axe synclinal



Gîte de fossiles



Doffines (d)

Coupes géologiques



Il est caractérisé par un niveau à glauconie à la base surmonté d'une molasse appelée molasse astienne.

- **Le niveau à glauconie :**

Il marque la limite entre le Plaisancien et l'Astien, il affleure souvent dans le Sahel à une épaisseur de 10cm à 10 m.

Ce niveau à glauconie est très fossilifère. Il permet de séparer les marnes bleues, contenant quelques bancs de grés à leur sommet, des marnes gréseuses et des grés calcaires de la molasse astienne. Ce niveau n'apparaît pas systématiquement sur la plupart des coupes et logs des forages et piézomètres réalisés au niveau de la plaine de l'Oued Nador.

- **Molasse astienne :**

Elle se trouve au dessus de niveau à glauconie. Du bas vers le haut, nous trouvons les formations suivantes :

- Les marnes gréseuses fossilifères.
- Des bancs gréseux contenant des lits de conglomérats à petits galets provenant de l'Atlas et qui sont accompagnés d'intercalations de grés coquilliers à ciment calcaire.
- Les grés sableux et calcaires coquilliers d'une épaisseur de 40m.

VI.4.1.4 La série quaternaire (Calabrien-Villafranchien) :

Selon A.AYME et al. (1954), les formations visibles au nord de la plaine pourraient se placer soit à la fin du cycle pliocène (Astien supérieur), soit dans le Quaternaire ancien (Calabrien). Ces dépôts marins d'une trentaine de mètres d'épaisseur reposent en discordance sur l'Astien grésocalcaire et sont formés de sables mêlés de galets, de conglomérats et de microconglomérats à ciment calcaire. Ils sont parfois surmontés des dépôts alluvionnaires dits de Maison carrée d'âge villafranchien.

VI.4.1.5 Roches éruptives :

Les roches éruptives d'âge Vindobonien, semblable à celles des environs d'Alger et Hadjout, affleurent sur le flanc sud et Nord du massif de Chenoua. Ces roches sont en contact avec la série du miocène inférieur (Burdigalien) et des alluvions récentes.

Selon L.GLANGEAUD (1929), Il s'agit d'une bande de roches rhyolitiques (Andésites, liparites) probablement d'âge Burdigalien.

VI.4.2 Coupes des ensembles lithologiques :

Les trois coupes lithologiques, réalisées au niveau de la basse vallée de l'Oued Nador, permettent de distinguer trois grands ensembles (Figure VI.3) :

Un recouvrement d'une quarantaine de mètres d'épaisseur, à dominance argileuse, avec quelques intercalations des galets, de graviers et de sables dont l'épaisseur n'excède pas cinq mètres (5m).

La molasse astienne sous-jacente d'une épaisseur de quarante mètres (40m), présente des grandes variations de faciès depuis une molasse argileuse jusqu'à une molasse compacte fissurée.

Le substratum imperméable constitué par les marnes du Plaisancien. La transition entre la molasse astienne et les marnes du Plaisancien se fait progressivement par l'intermédiaire d'un niveau marno-sableux épais d'une vingtaine de mètres (20 m).

VI.5 Données hydrogéologiques :

Les formations aquifères de la basse vallée de l'Oued Nador sont constituées des dépôts d'âge Plio-quadernaire. La nappe qui a, dans son ensemble, un caractère captif sous un recouvrement argileux ou marneux est constituée par :

- ❖ Une partie de la base du Quadernaire généralement constituée de graviers et de Galets.
- ❖ Une série calcaro-gréseuse formant la molasse astienne.

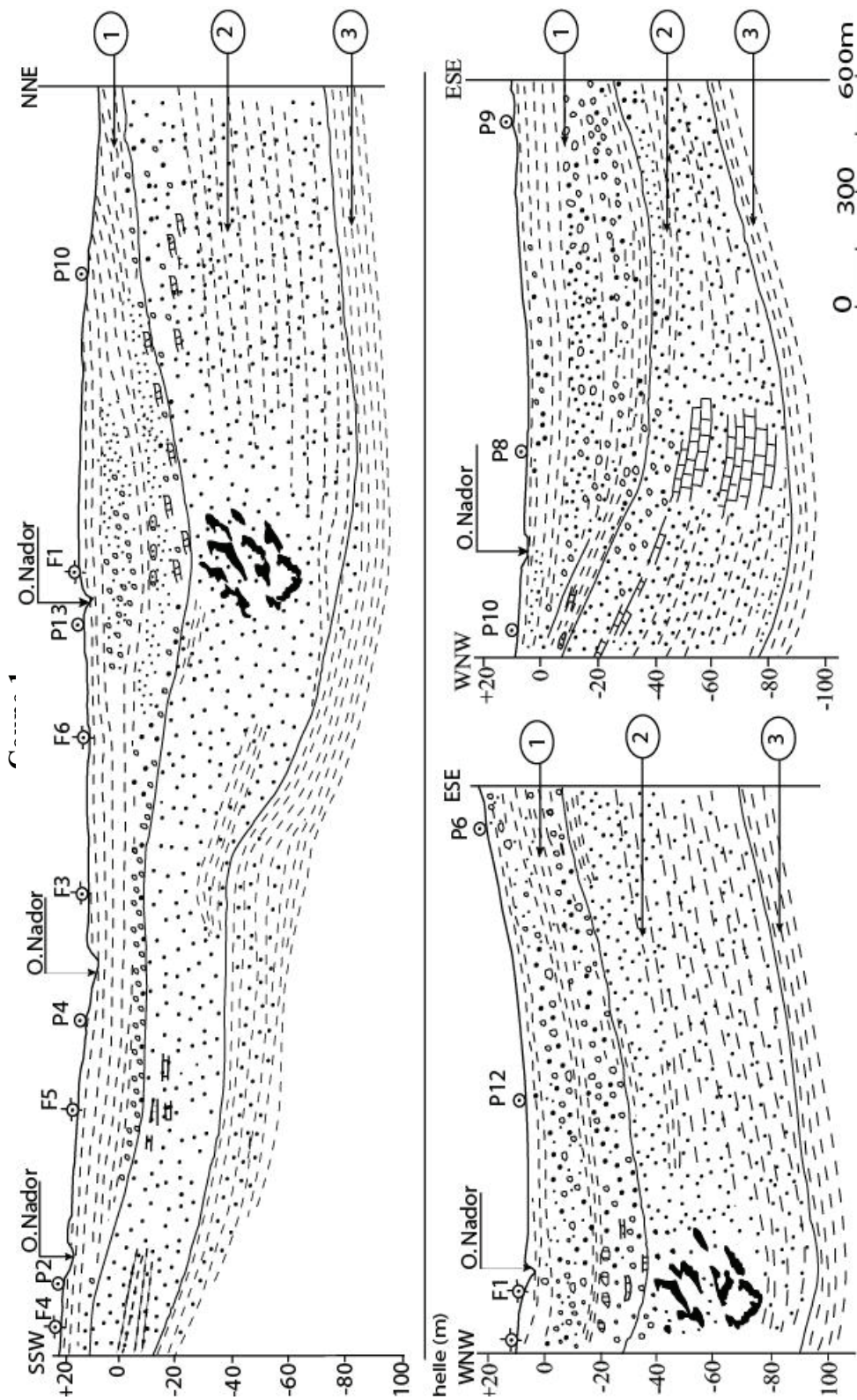
Les deux formations sont en contact et en continuité hydraulique formant ainsi le réservoir utile de la nappe (Mesbah, 1981).

L'épaisseur de la nappe est variable, elle est plus épaisse à l'aval que dans la partie amont où son épaisseur est inférieure à 15m.

VI.5.1 Structure de la nappe d'Oued Nador :

L'étude géophysique menée par la CGG en 1967 basée sur la prospection par la méthode des sondages électriques verticaux (SEV), a permis d'identifier la structure des formations constituant l'aquifère de Oued Nador. Les figures (VI.4) et (VI.5) représentent les cartes d'isopaques et de la profondeur du mur du réservoir utile.

La carte d'isopaque donne la distribution spatiale de l'épaisseur du réservoir utile. Ces deux cartes nous aident en présence d'une carte topographique de limiter le réservoir utile (toit et substratum).



LEGENDE :

1 : Quaternaire (argiles, graviers, sables et quelques passées calcaires).

Astten : 2- (grés, molasse gréseuse et des passées argileuses).

3- (arailles et silts).

Fig.VI.3 : Coupes montrant les ensembles lithologiques.
(Hammdache et Taibi, 1992)

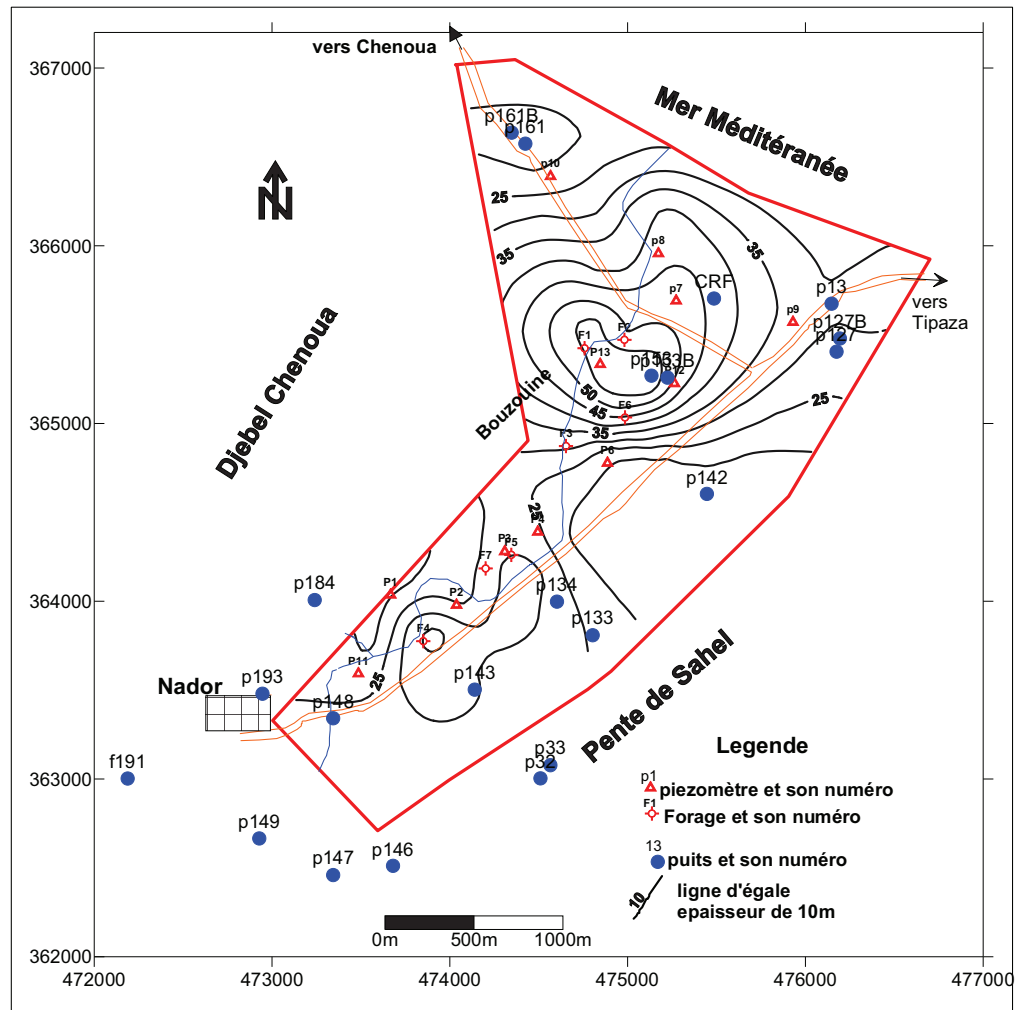


Figure VI.4 : Carte d'isopaques du réservoir utile

La carte d'isopaque du réservoir utile de l'aquifère de Oued Nador (figure VI.4) montre une zone plus ou moins épaisse au niveau des forages F1, F2 et F6. Elle atteint sa valeur maximale en F6 (60m). Nous notons que l'épaisseur du réservoir utile est plus importante au centre et au nord près de la cote et faible au sud loin de la cote.

La carte de la figure VI.5 fait apparaître une zone profonde du réservoir utile au niveau des forages F1, F2 et F6 où la profondeur peut atteindre 80m correspondant aux limites de la molasse astienne et début du plaisancien qui constitue un substratum imperméable.

La carte mis en évidence également deux zones moins profondes que la précédente. L'une au niveau u forage F3 et F5 et l'autre au niveau du forage F4.

On remarque que la profondeur est faible dans les zones d'affleurement de l'astien au niveau des pentes de Sahel ou aux pieds de Djebel Chenoua.

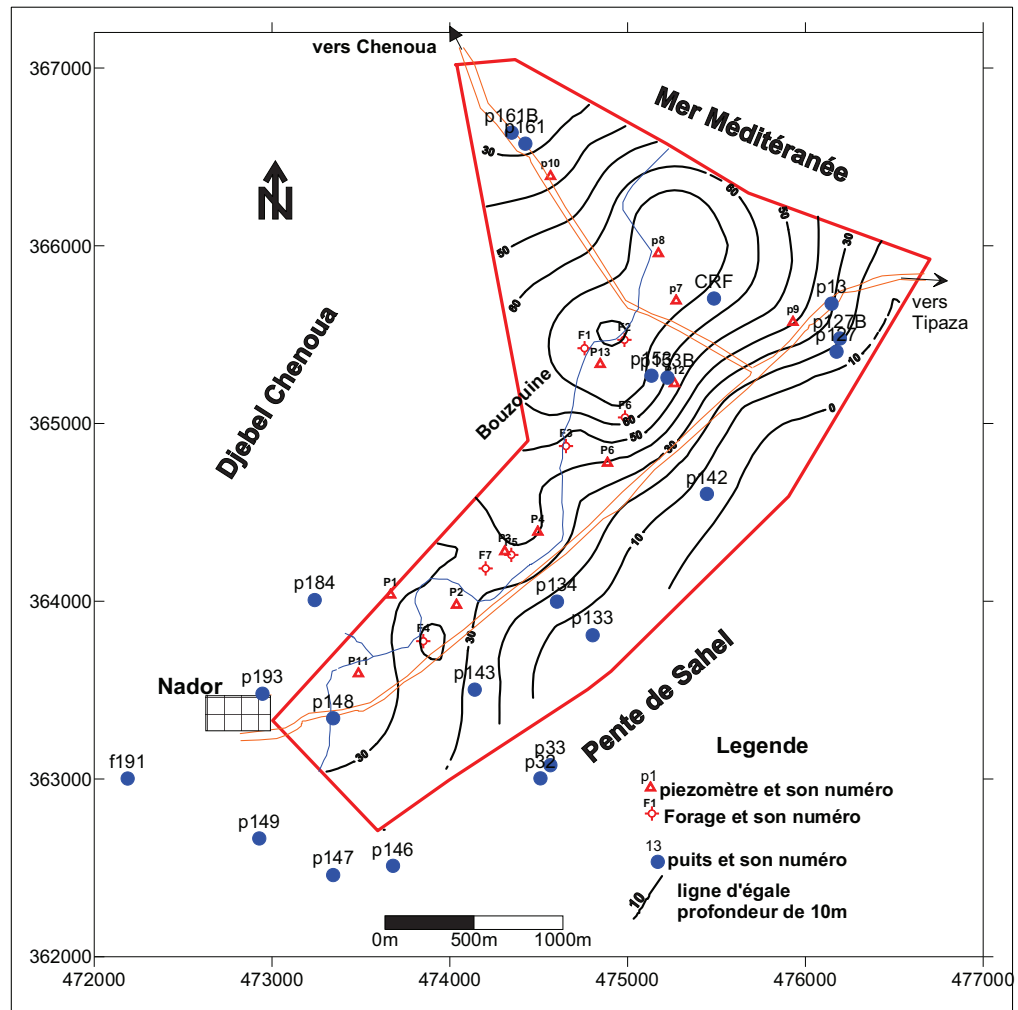


Figure VI.5 Carte d'égaux profondeurs du mur du réservoir utile

VI.5.2 Piézométrie de la nappe d'Oued Nador :

Le suivi de la piézométrie de l'aquifère côtier d'Oued Nador est assuré par un réseau de surveillance constitué de puits, forages et piézomètres.

Le premier inventaire partiel des points d'eau a été réalisé en 1974 par l'agence nationale des ressources hydraulique (ANRH). Cet inventaire a été complété en 1991.

Depuis juin 1993, un réseau piézométrique a été sélectionné pour le suivi de la nappe alluviale. Ce réseau fait l'objet de deux campagnes de mesure du niveau statique durant la période 1993-1994. Depuis, le suivi de cette nappe a été interrompu pour des raisons sécuritaires pour être repris en 2003.

Ce réseau est composé de 50 points de mesures (38 puits, 06 forages et 06 sources). Au cours de la campagne de mesure (avril 2005 et septembre 2005), la plupart des points d'eaux

étaient secs, fermés ou remblayés. Ainsi, les mesures ont été effectuées sur 19 points, les seuls restés opérationnels.

La figure VI.6 présente les points d'eau existant actuellement au niveau de notre zone d'étude. L'annexe 1 présente les points d'eau existant actuellement.

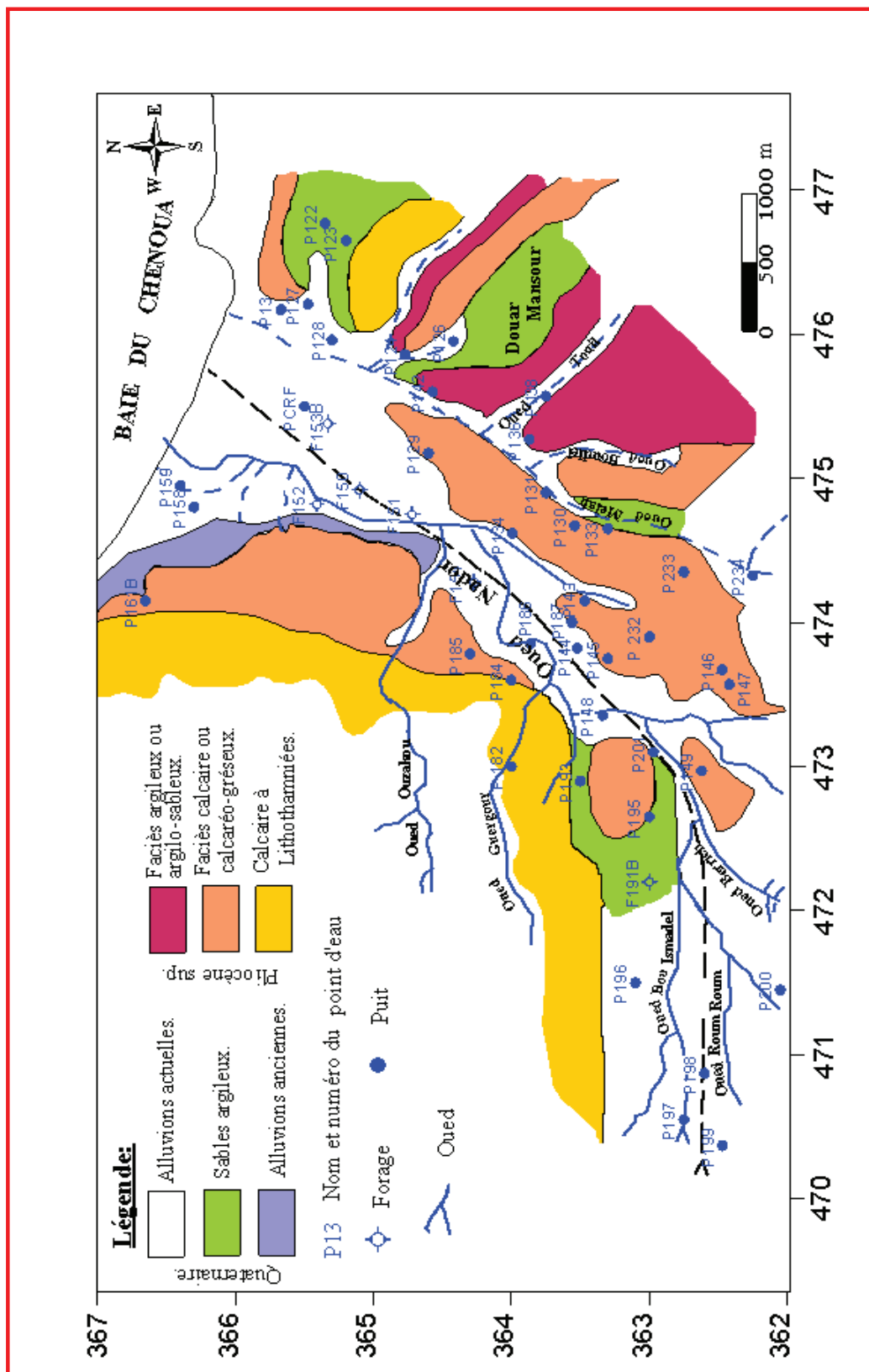


Fig. VI.6 : Carte d'inventaire des points d'eau de la nappe alluviale de l'Oued Nador(Challal .2007)

Afin de tenir en compte les anciennes données piézométriques, nous avons pris les données présentées par Mesbah, dans ses travaux de doctorat en 1980 où il a présenté les relevés piézométriques effectués par l'ANRH, entre 1974 et 1976 pendant les périodes hautes et basses eaux. Ces données ont permis de tracer la carte piézométrique correspondant au mois de mai 1974 (figure VI.7) tout en présentant aussi les différents forages et piézomètres existant à cette époque.

Dans les travaux de Hamadache et Taibi (1992), une carte piézométrique correspondant aux relevés effectués en 1988 est présentée par la figure VI.8.

On remarque que les cartes piézométriques des années 1974 et 1988 montrent que l'écoulement des eaux souterraines a lieu du sud - Ouest au Nord - Est vers la mer.

Ce qui n'influe pas vraiment sur la position du biseau salé et l'équilibre hydrostatique de l'eau douce et eau salée.

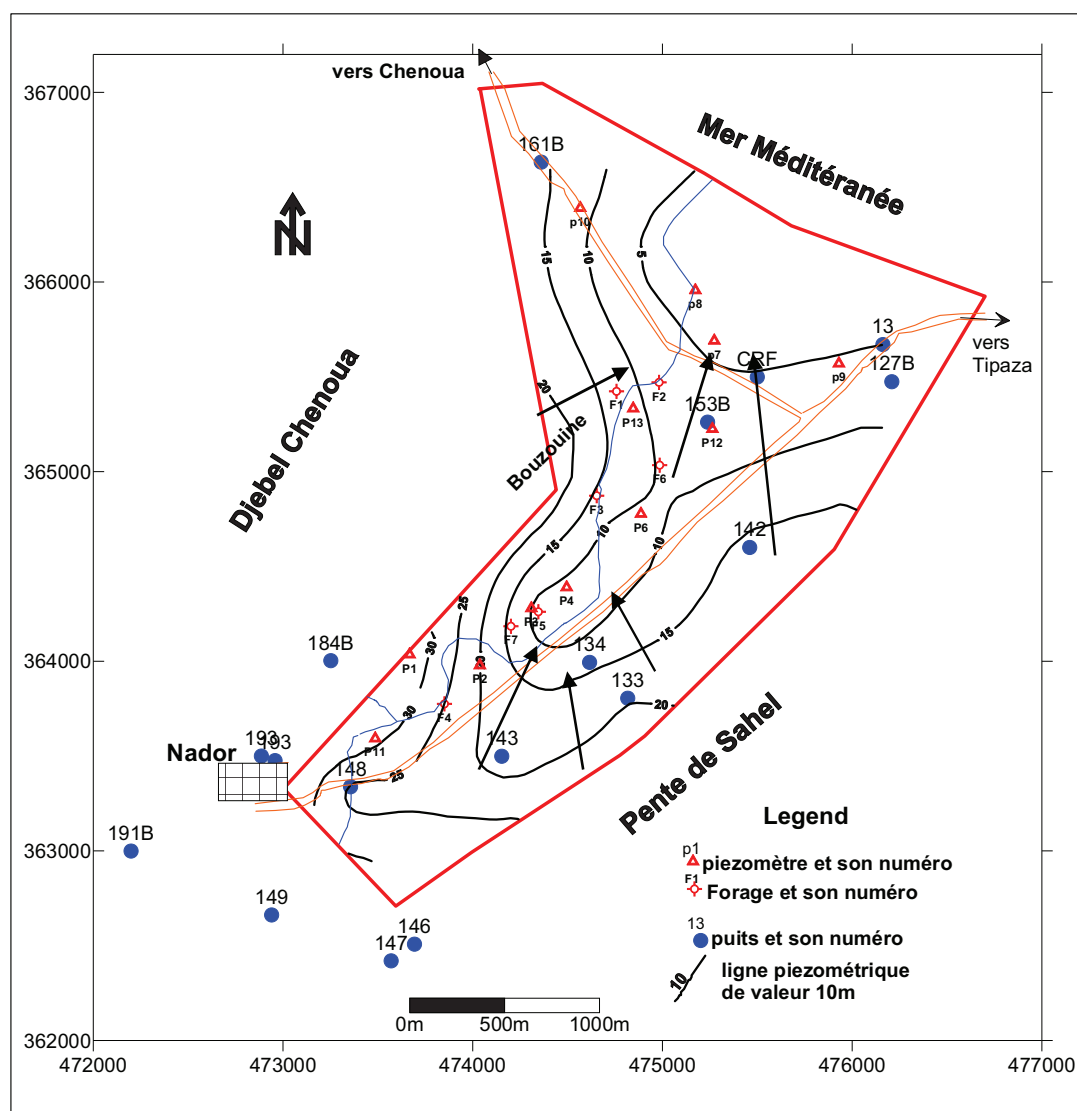
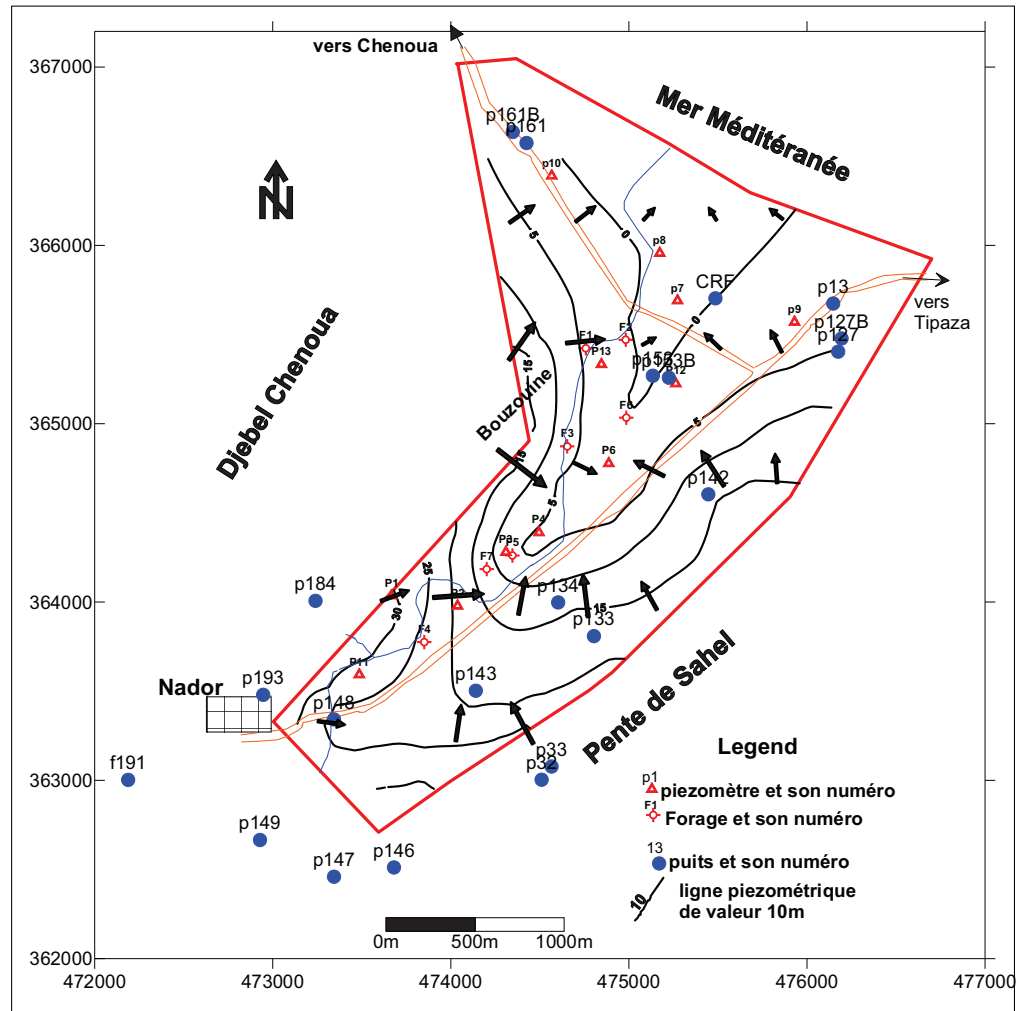


Figure VI.7: carte piézométrique de la basse vallée de l' Oued Nador pour l'année 1974 (Mesbah ,1981)

Par contre, la carte piézométrique de l'année 1988 montre une zone de dépression marquée par des valeurs négatives du niveau piézométrique au niveau du forage F6. Cette zone de dépression est traduite par une surexploitation de la nappe et qui peut perturber l'équilibre d'eau douce –eau salée et entraînant l'intrusion d'eau de Mer à l'intérieur de la nappe



La carte piézométrique de l'année 1995 montre toujours les abaissements des niveaux piézométriques au voisinage des forages situés en aval et au centre de la plaine (F1, F2, F3 et F6) à cause des déséquilibres entre le volume pompé et la faible alimentation de la nappe où un taux d'infiltration des eaux de pluie a été estimé à environ 30 mm/an (Tifour, 2000).

Ces importantes perturbations sont liées aux pompages intensifs plus particulièrement en période de déficit pluviométrique qui provoquent un abaissement de niveau de cette nappe

avec un niveau piézométrique zéro (0) et mêmes des valeurs négatives inférieures au niveau de la mer ont été observées au niveau du puits P153 et forages F1 et F6.

La charge hydraulique de l'eau douce a diminué, ce qui a conduit au décroissement de la vitesse d'écoulement de l'eau douce, et favorisant l'intrusion des eaux marines vers la nappe sous forme de biseau salé après la rupture hydrodynamique de la zone de transition entre les deux fluides. L'estimation de la pénétration des eaux marines à l'intérieur de la nappe est d'environ 2000 m (Tifour 2000).

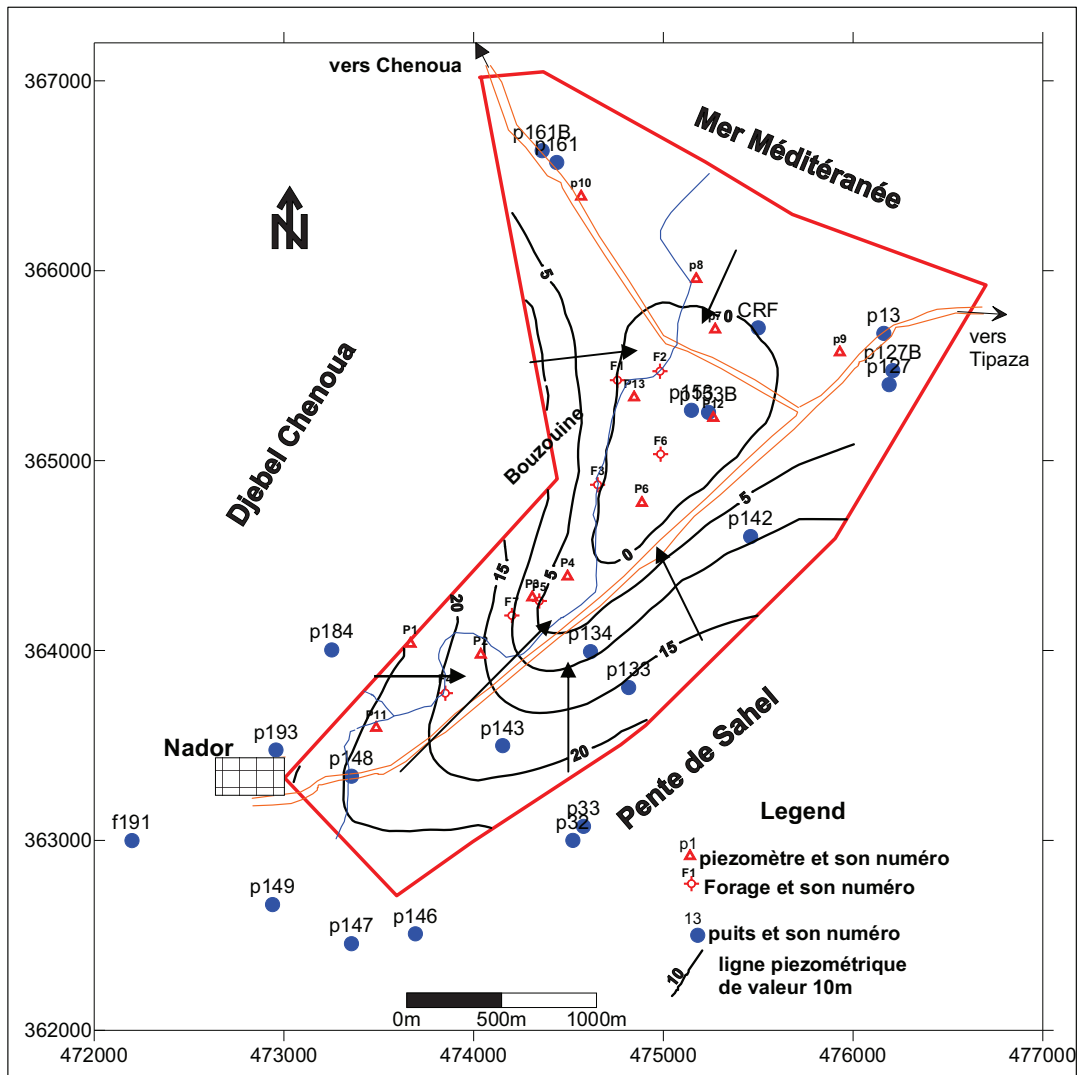


Figure VI.9 : carte piézométrique de la basse vallée de l'Oued Nador pour l'année 1995

Comme c'est déjà mentionné, le suivi de la nappe était interrompu jusqu'à l'année 2003 quand il a été repris. De puis ce temps le suivi est régulier. Les figures VI.10 et VI.11 représentent les cartes piézométriques pour les années 2004 et 2011, ainsi elles présentent les points d'eau du nouveau réseau de surveillance.

La carte piézométrique de l'année 2004 de la figure VI.10 au contraire à celle de 1995, montre que l'écoulement d'eau souterraine se dirige vers la mer. Cela s'explique par la recharge naturelle suffisante de la nappe le long de ses frontières. Cette recharge est due principalement à l'augmentation de la précipitation enregistrée à partir de l'année 2002 et aussi à la réduction du volume d'eau pompée à cause de l'arrêt de plusieurs forages qui sont devenus salés.

On note toujours une nette alimentation de la nappe à partir des pentes de sahel (sud -est).

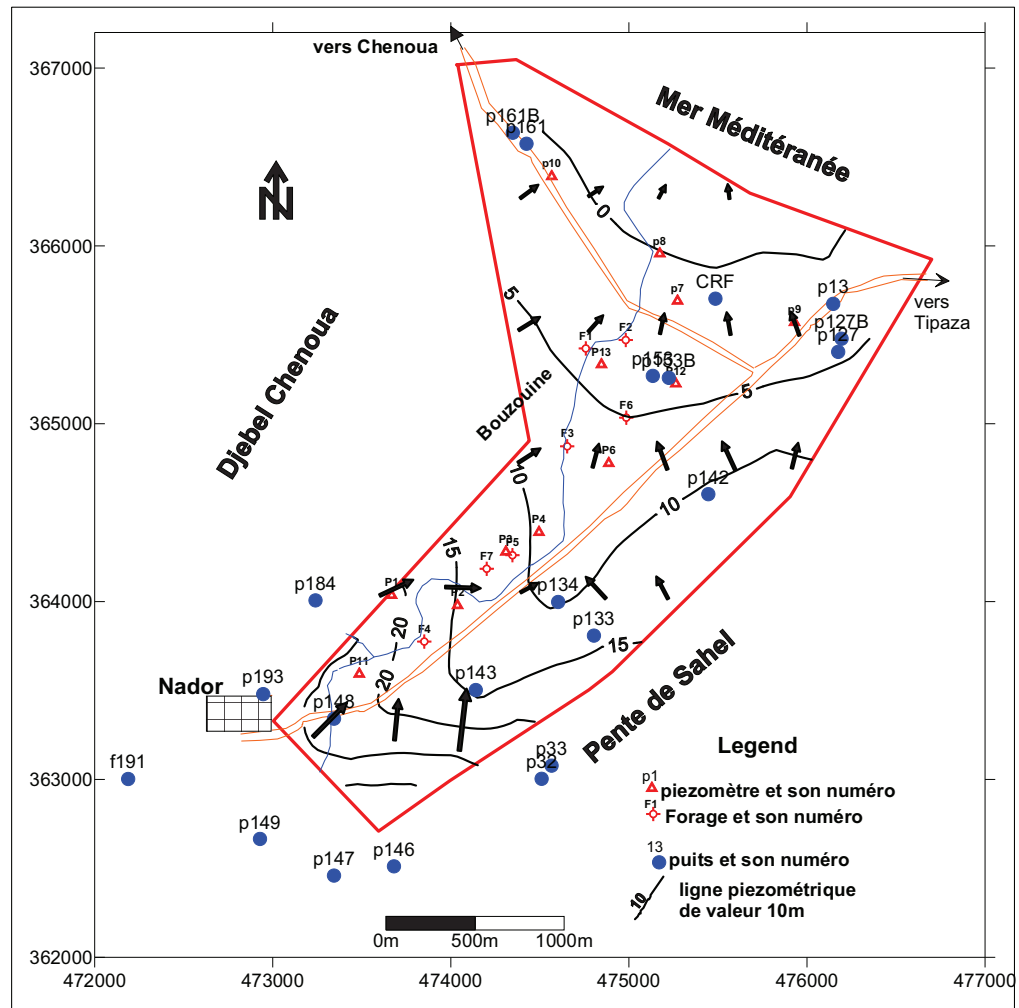


Figure VI.10 : carte piézométrique de la basse vallée de l'Oued Nador (Avril 2004)

La carte piézométrique de l'année 2011 (figure VI.11) montre que le sens d'écoulement est toujours vers la mer. On remarque que cette carte est presque similaire à celle 2004. On peut dire sur la base de ces données que le régime permanent s'est établi. Les lignes piézométriques de valeurs importante se situent à l'aval de la plaine et qui s'étendent surtout sur la limite droite le long des pentes de sahel. Cela explique la recharge à partir des pentes de sahel et à partir de la frontière au sud. Aussi on note l'absence de l'alimentation de

la nappe par oued Nador du fait que les linges piézométriques présentent une certaine dépression le long du synclinal principal axe de drainage de la nappe.

L'Annexe 2 donne les niveaux piézométriques au niveau des points d'eau enregistrés de 2003 au 2012.

La figure VI.12 Représente la variation temporaire du niveau piézométrique pour certains points d'eau. On remarque une nette élévation du niveau piézométrique à partir de l'année 2002.

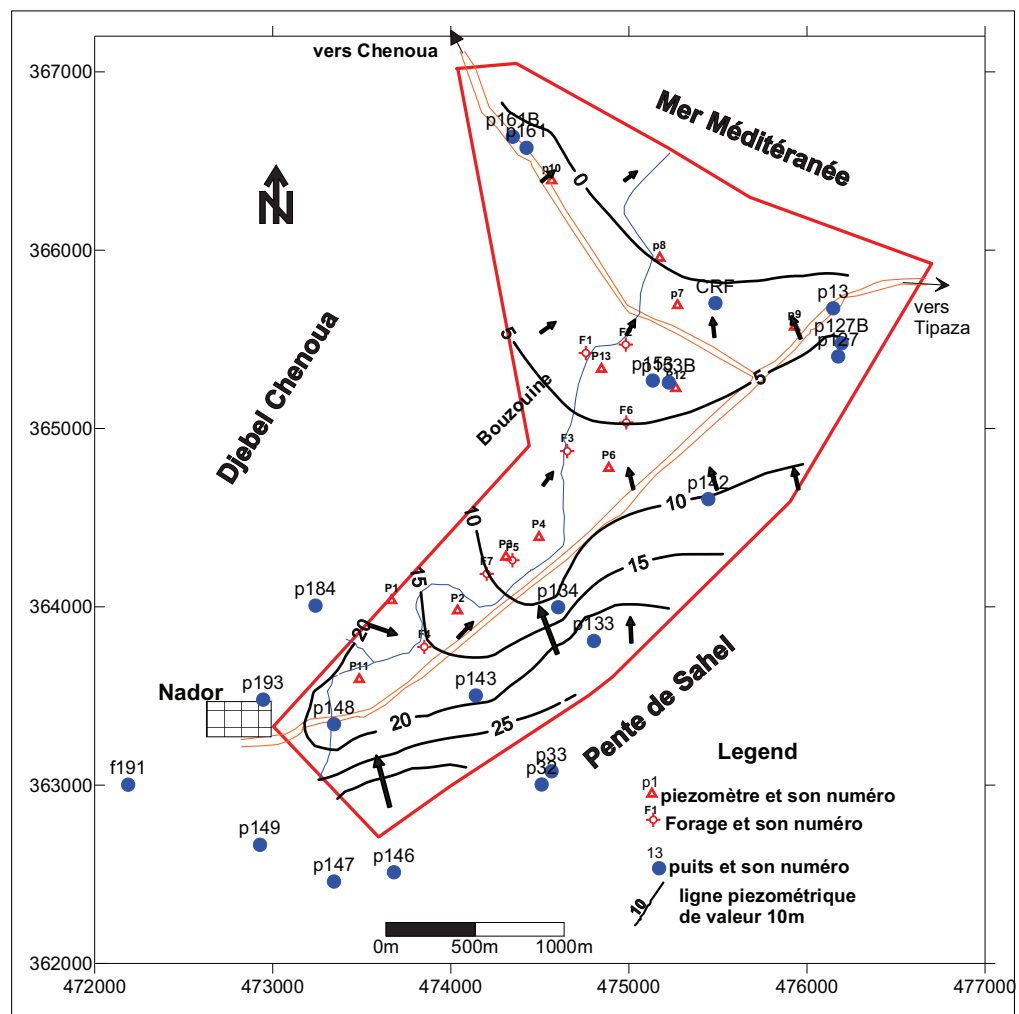


Figure VI.11 : Carte piézométrique de la basse vallée d'Oued Nador (Avril 2011)

On remarque que le niveau piézométrique dans certains puits de la figure VI.12 a augmenté de façon significative après 2000. Cela s'explique par l'augmentation de pluviométrie moyenne enregistrée. La figure indique que la recharge de la nappe se fait seulement à partir des eaux de pluie sur les frontières EST et OUEST. La zone Este est plus rechargée que la

zone ouest du fait que le niveau piézométrique dans la première zone est plus élevé que celui de la deuxième zone.

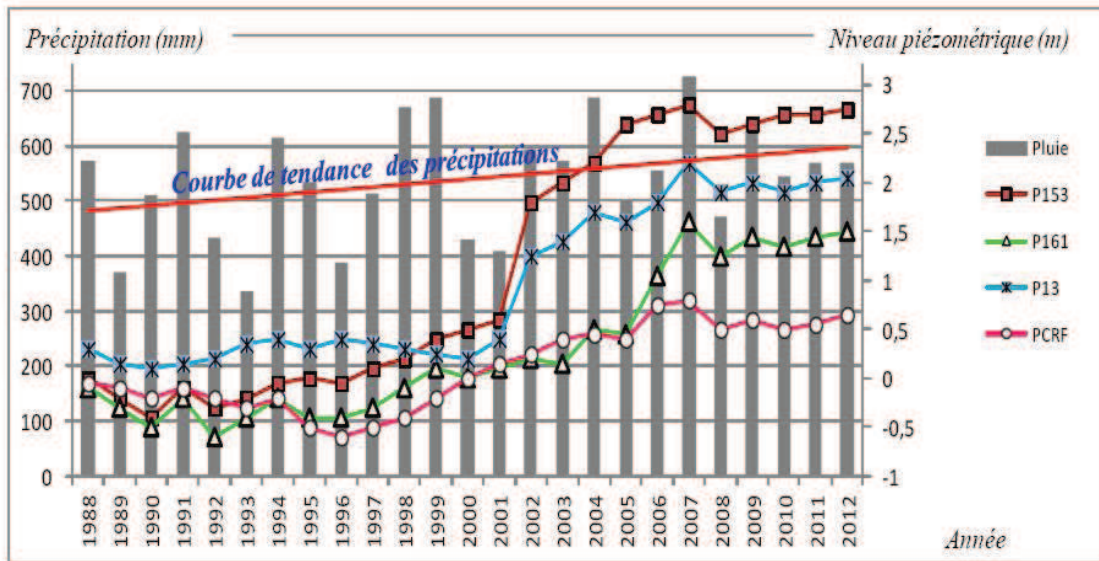


Figure VI.12: Niveau piézométrique temporaire dans certains puits (Bouderbala, 2015)

VI.5.3 Caractéristiques hydrodynamique de l'aquifère :

Parmi les sept forages existant, il y a cinq ayant fait l'objet des essais de pompage, il s'agit des forages F1, F2, F3, F5 et F6. Mesbah, 1981 dans sa thèse de Doctorat a fait une étude détaillée basée sur les essais de pompage pour déterminer les paramètres hydrodynamique de l'aquifère, à savoir la conductivité hydraulique K et la transmissivité T tout en admettant que la nappe est captive.

Dans ce travail, nous allons présenter seulement les résultats trouvés par Mesbah sans reprendre les détails de la méthode de calcul voir tableau VI.7.

Tableau VI.7 Paramètres hydrodynamique de l'aquifère côtier de l'Oued Nador

Forages	X(km)	Y(km)	Z(m)	Débit d'essai (L/s)	T(m ² /s)	K (m/s)	état des forages en 2012
F1	475.00	365.50	7.265	6.67	2.01 10 ⁻²	2.60 10 ⁻⁴	Arrêt (salé)
F2	474.82	365.445	7.456	8.89	1.40 10 ⁻²	1.97 10 ⁻⁴	Arrêt (salé)
F3	474.76	364.750	11.410	33.33	1.37 10 ⁻²	6.83 10 ⁻⁴	Fonctionnel
F5	464.16	363.41	6.063	9.44	0.528 10 ⁻²	4.40 10 ⁻⁴	fonctionnel
F6	474.94	365.08	8.277	33.33	2.03 10 ⁻²	3.58 10 ⁻⁴	arrêt

Source (Mesbah, 1981)

La méthode de Jacob a été utilisée pour calculer la transmissivité et la perméabilité de l'aquifère.

Il est à noter que, dans la plaine de Nador existaient jusqu'à la fin des années 2000 : sept (07) forages et onze (12) piézomètres, fonctionnels d'une façon normale, les forages utilisés pour l'alimentation en eau potable des villes côtières (Tipaza, Nador, Chenoua, Bouzouine....) et à l'irrigation de la plaine et les piézomètres utilisés pour le suivi piézométrique et chimique de la nappe. Alors qu'actuellement, ils ne restent que trois forages (F3, F5 et F7) qui sont utilisés pour l'alimentation des villages de Nador et Bouzouine et un autre privé (F191) utilisé surtout à l'irrigation. Cependant, les piézomètres sont totalement colmatés (Bouderbala, 2015).

VI.6 Etude hydrochimique :

L'intrusion marine dans un aquifère côtier lorsqu'elle se produit, engendre une modification de la qualité physicochimique des eaux de la nappe. Dans le but de connaître l'évolution spatio-temporelle de la qualité des eaux il faut effectuer des prélèvements périodiques au niveau des points d'eau existants du réseau de surveillance déjà implanté et les analyser au laboratoire. Selon les mesures effectuées par l'ANRH sur 17 points d'eau, nous allons comparer les valeurs de l'année 95 où il a été enregistré une forte salinité 9000us/cm (Bouderbala, 2007, Tifour, 2000) et celles de l'année 2011.

Dans ce contexte on s'intéresse seulement aux paramètres physicochimiques souvent utilisés dans l'étude de l'intrusion marine qui sont :

- Teneurs en chlorures
- Conductivité électrique

IV.6.1 Teneurs en chlorures :

Les eaux de mer sont caractérisées par une teneur élevée de NaCl, environ 19000 mg/l Cl⁻ (Gimenez & Forcada, 2008). Une eau douce affectée par une eau de mer engendre une augmentation de sa teneur en chlorure et par conséquent de sa salinité. Nous avons représenté les cartes des teneurs en chlorure pour les années 95 et 2011 figures VI.13 et VI.14.

Les teneurs en chlorures indiquent des variations comprises entre 225 mg/L et 3335 mg/L. Les concentrations en chlorures des eaux de la frange côtière dépassent les normes admissibles pour les eaux potables fixées par l'OMS de 250 mg/L. La présence de taux élevés

des chlorures est expliquée probablement par la contamination par les eaux de mer due au phénomène d'intrusion marine.

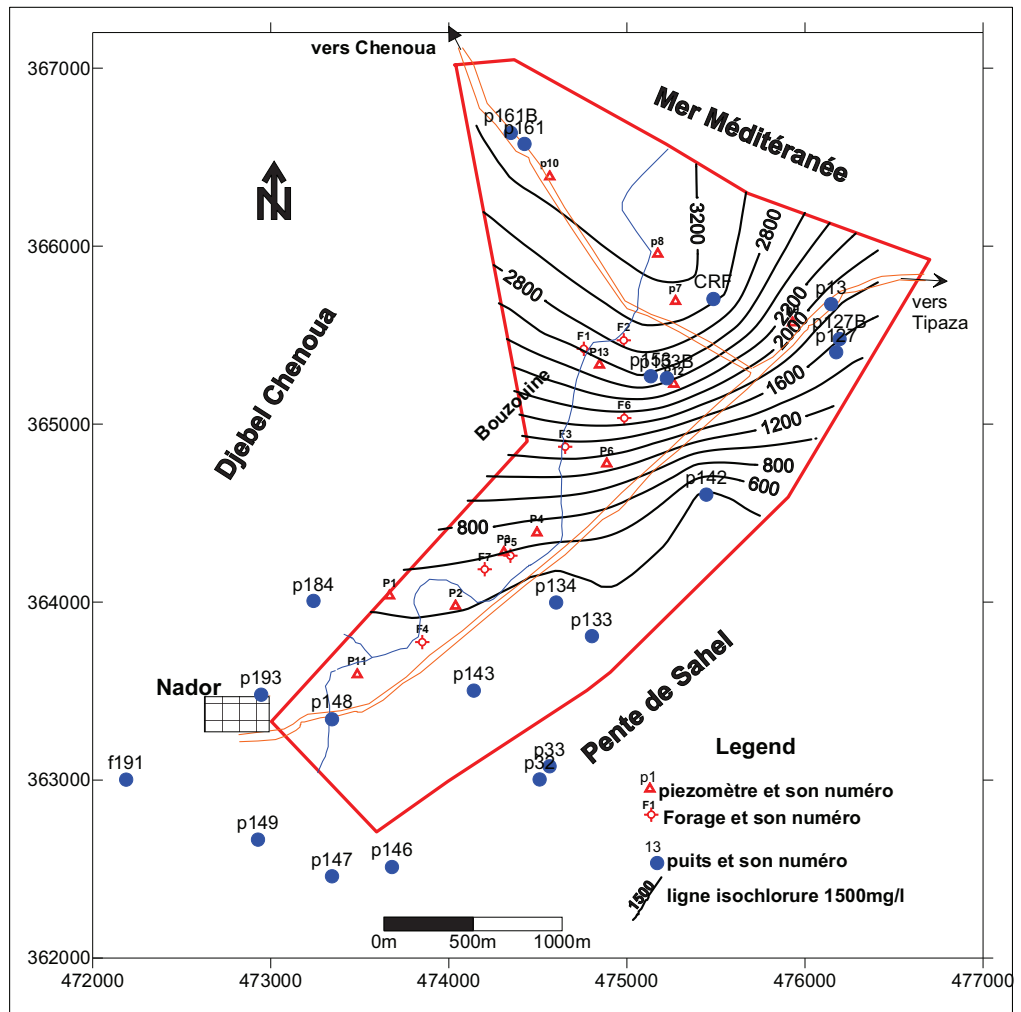


Figure VI.13 Carte d'isochlorures des eaux souterraines de la basse vallée de l'Oued Nador (Avril 1995)

On remarque que la teneur en chlorures diminue en s'éloignant de la cote, elle atteint une valeur près de 400mg/l au niveau de P134 en 1995 et près de 300mg/l en 2011.

En comparant les deux cartes de 1995 et celle de 2011 on constate que les valeurs d'isochlorures de la zone proche de la cote ont diminué en 2011 par rapport à celles en 1995. Cela se traduit par une dilution suite à l'augmentation de taux de recharge par précipitation.

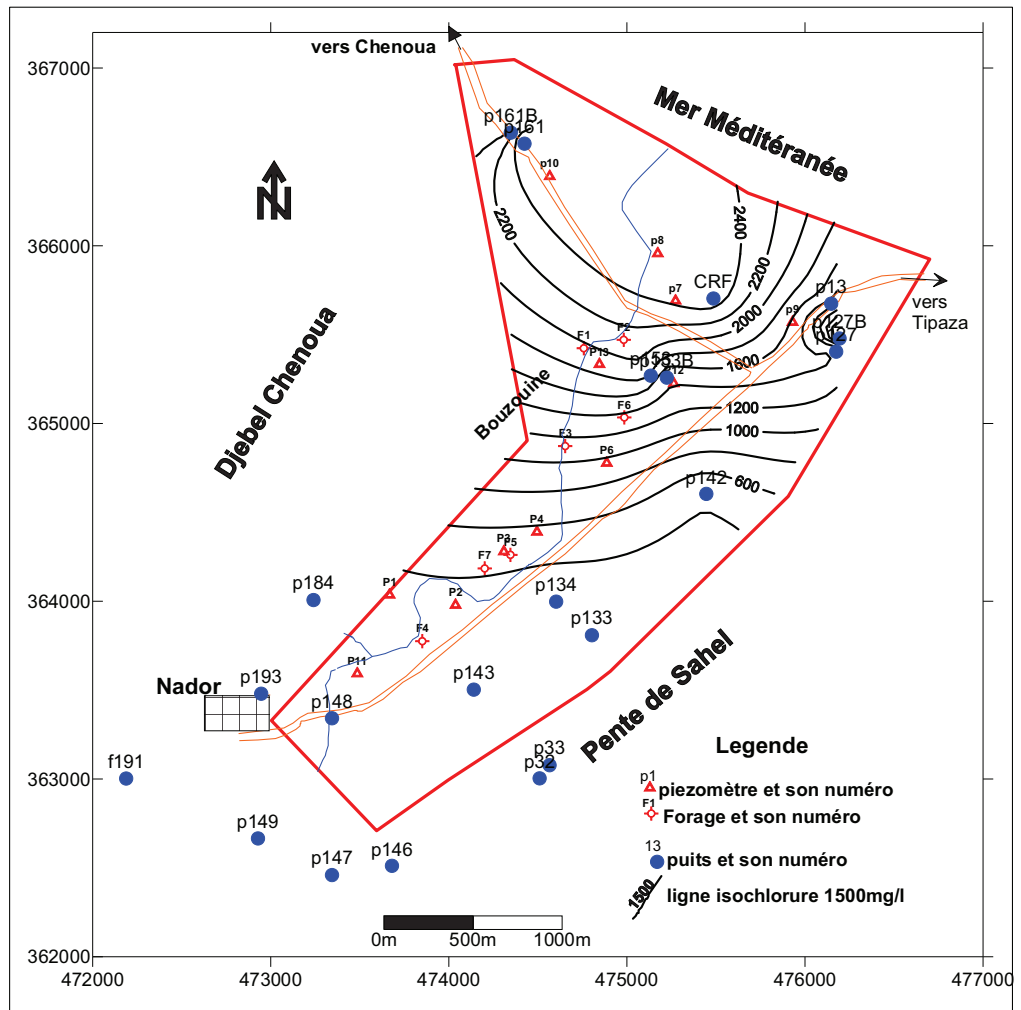


Figure VI.14 Carte d'isochlorures des eaux souterraines de la basse vallée de l'Oued Nador (Avril 2011)

Les deux cartes font apparaitre que la zone ouest de la plaine au niveau de p161 et 161B est caractérisée par des valeurs d'isochlorures très élevées par rapport à la zone située à l'Est au niveau de P13 et P127B.

VI.6.2 Conductivité électrique :

La conductivité électrique d'une eau est liée directement à sa teneur en sels minéraux, en conséquence elle augmente avec la minéralisation (salinité).

Les eaux de mer sont caractérisées par une forte minéralisation (résidu sec élevé) ce qui traduit une haute conductivité. Pour la mer méditerranéenne, elle atteint une valeur de 49610 μ s/cm.

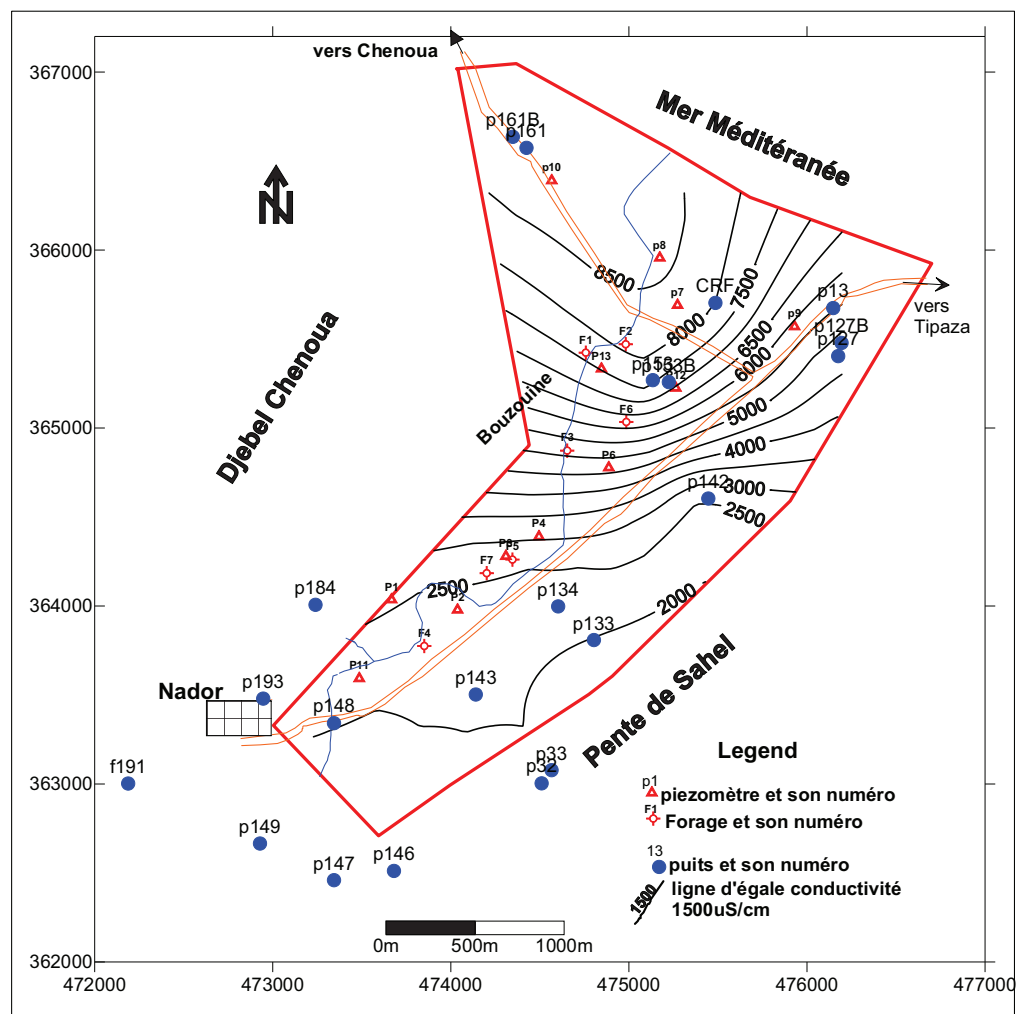


Figure VI.15 Carte d'égaux conductivités électriques des eaux souterraines de la basse vallée d'Oued Nador (Avri 1995)

L'examen de la carte de la conductivité électrique pour l'année 1995 (figure VI.15), montre que la zone proche de la mer est caractérisée par une forte salinité (minéralisation) vue ses valeurs élevées de la conductivité ce qui confirme que cette zone est contaminée par les eaux de mer.

VI.6.3 Corrélation entre la conductivité et les résidus secs :

Il est plus important de trouver une relation liant la conductivité aux résidus secs des eaux de la nappe. Elle peut nous servir par la suite de déterminer la conductivité suite des résultats des résidus secs simulés. Pour ce faire on utilise toujours des valeurs mesurées des deux paramètres pendant l'année 2011. En se basant sur le tableau de l'annexe 3 donnant les mesures des différents paramètres physicochimiques des eaux souterraines de l'Oued Nador, nous avons tracé la courbe de corrélation entre ces deux paramètres. La figure VI.17 illustre cette courbe de corrélation tout en présentant son équation et son coefficient de corrélation.

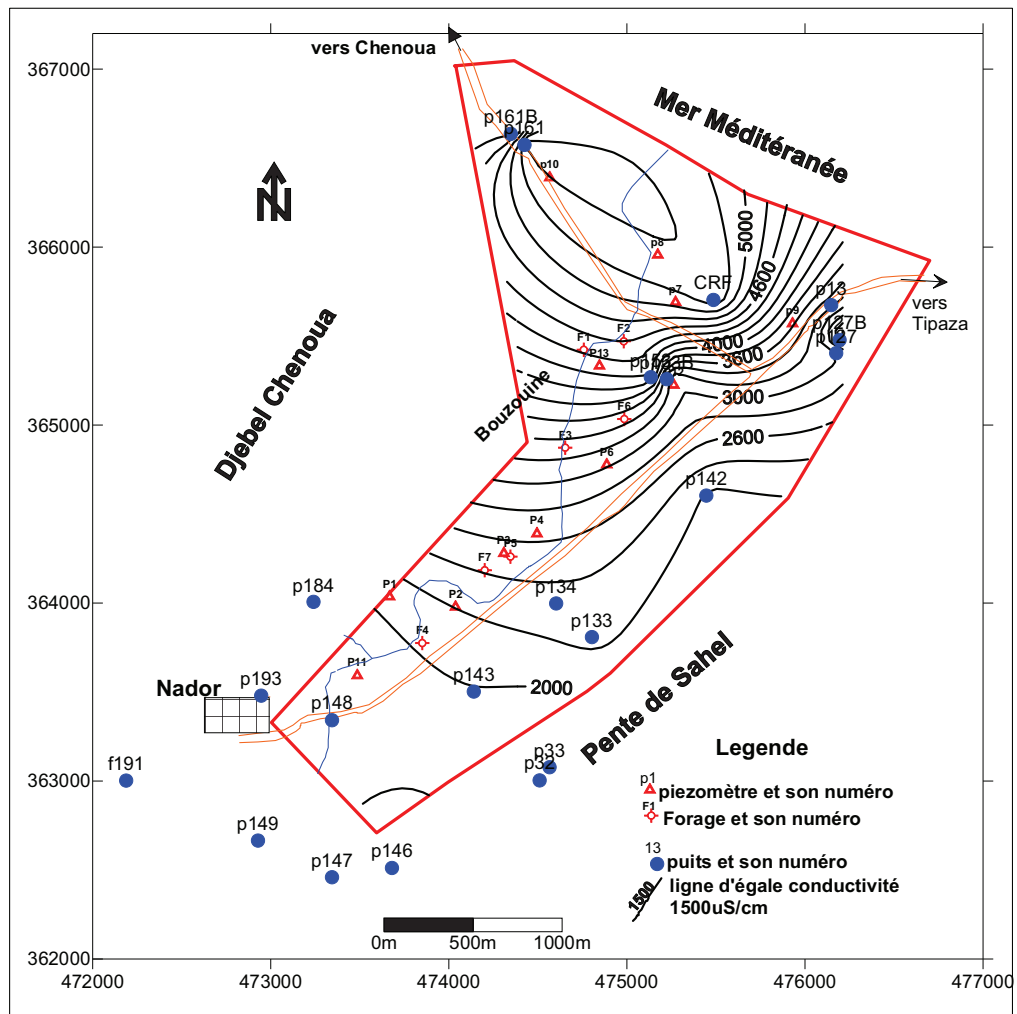


Figure VI.16 Carte d'égaux conductivités électriques des eaux souterraines de la basse vallée de l'Oued Nador (Avril 2011)

La figure montre que les valeurs mesurées de la conductivité et du résidu sec sont bien corrélées du fait que le coefficient R^2 est proche de un. Cela confirme que la relation entre la minéralisation et la conductivité est linéaire.

Donc, la relation de la conductivité et les résidus secs pour les eaux souterraines de l'Oued Nador est donnée par l'équation suivante :

$$CE (\mu\text{s}/\text{cm}) = 1.472 \cdot \text{TDS} (\text{mg}/\text{l})$$

Les caractéristiques chimiques de l'eau souterraine de l'oued Nador pour l'année 2011 sont données en annexe 3

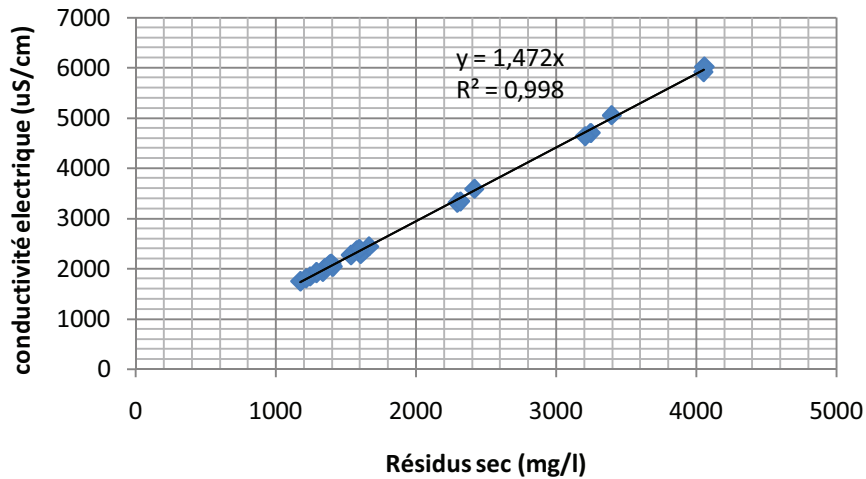


Figure VI.17 courbe de corrélation entre la conductivité et les résidus secs des eaux souterraines de l'Oued Nador

VI.7 Localisation du biseau salé par l'investigation géophysique :

L'investigation géophysique appliquée à l'étude de la salinité des eaux souterraines dans les aquifères côtiers et aux problèmes environnementaux était utilisée depuis longtemps par exemple (Keys, 1989 , Ward, 1990). Pour l'application aux aquifères côtiers et à la problématique de la salinité des eaux souterraines, les méthodes les plus pertinentes sont les méthodes électriques et électromagnétiques basées sur la mesure des conductivités (ou résistivités) électriques, du fait du contraste important de ce paramètre existant entre l'eau douce et l'eau salée.

Parmi les premières études de caractérisation du biseau salé réalisées grâce à la géophysique électrique, on peut citer les travaux de *van Dam & Meulankamp* [1967] et *Zhody* [1969]. Au Sénégal, *Debuissou & Moussu* [1967] et *Debuissou* [1970] ont montré que la mise en œuvre de sondages électriques verticaux (VES) permettait assez précisément de localiser et de suivre la zone de transition eau douce-eau salée. Leurs interprétations géophysiques ont été confirmées par les mesures de salinité et de résistivité en forage, et les sondages VES ont ainsi permis l'extrapolation de la position de la zone de transition dans les secteurs sans forages.

VI.7.1 Travaux géophysiques réalisés dans la plaine de l'Oued Nador :

La basse vallée de l'Oued Nador a fait l'objet de deux prospections géophysiques par la méthode électriques.

La première prospection géophysique réalisée dans la plaine de Nador a été effectuée par la Compagnie Générale de Géophysique (C.G.G 1967) avec l'exécution de 52 Sondages

Electriques verticaux (SEVs) répartis sur toute la plaine avec des longueurs d'émission AB variant entre 200 m et 800 m. L'étude de la CGG avait pour objectif la détermination des épaisseurs des formations aquifères du plio-quatérnaires et leurs extensions dans la plaine. Dans le but final était la détermination des meilleurs endroits pour l'implantation des forages afin d'alimenter en eau potable les zones côtières (Tipaza, Chenoua plage, Nador et Bouzouine), et d'irriguer la plaine.

Et la deuxième est plus récente réalisée par Bouderbala en 2012 dans le cadre de son travail de Doctorat en vue de localiser le biseau salé. Dans cette étude, il a comparé les résultats trouvés avec ceux trouvés par la C.G.G ce qui lui a permis de délimiter les zones affectées par l'intrusion marine. Il a réalisé 47 SEVs répartis sur toute la plaine avec des longueurs d'émission AB variant entre 200 m et 800 m.

Dans notre travail, nous allons reprendre seulement les résultats trouvés qui vont nous servir pour valider notre modèle numérique qui sera appliqué sur la plaine de l'Oued Nador.

VI.7.2 carte de la différence de la résistance transversale :

La résistance transversale (R_T) est définie comme étant le produit de la résistivité réelle d'une formation avec son épaisseur. Ce paramètre est souvent employé dans l'estimation de la transmissivité d'un aquifère ainsi que les zones de potentiel réservoir souterrain (Sinan et Razack, 2006).

Pour connaître la limite de l'interface eau douce eau salée, on trace la carte de la différence de la résistance transversale des deux années 1967 et 2012. Les résultats obtenus sont illustrés sur la carte de la figure VI.18.

Pour pouvoir localiser l'interface eau douce eau salée, il faut trouver la valeur de ΔR_T correspondante à cette interface. Pour ce faire, nous allons chercher une relation (corrélation) entre ΔR_T et la conductivité électrique mesurée sur terrain. Nous allons prendre les mesures de 2012 du fait que la prospection géophysique a été réalisée dans cette année.

Le tableau VI.8 donne les valeurs de la conductivité électrique (CE) et celle de ΔR_T .

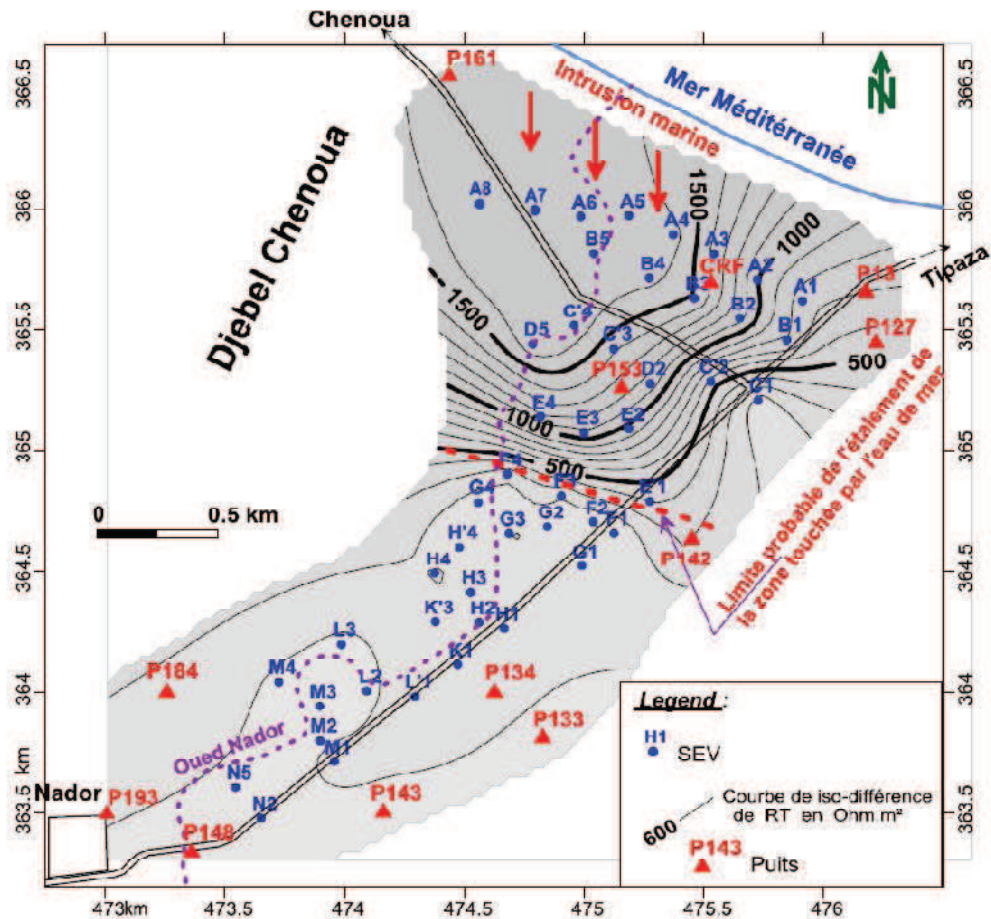


Figure VI.18 Carte de la différence de la résistivité transversale (Bouderbala, 2014)

Tableau VI.8 Conductivité électrique et de la différence de la Résistance électrique mesurées, Avril, 2012 (source Bouderbala,2015)

Puits	CE ($\mu\text{S}/\text{cm}$)	ΔR_T ($\Omega \cdot \text{m}^2$)
	Avril 2012	Avril 2012
P161	5500	1650
CRF	4850	1400
P13	3640	700
P127	3160	550
P153	4558	1250
P142	2250	300
P134	2050	125
P143	1519	96
P148	1550	95
P184	1720	180
P133	1950	96
P193	1615	105

La figure VI. 19 représente la courbe de cette corrélation et son équation.

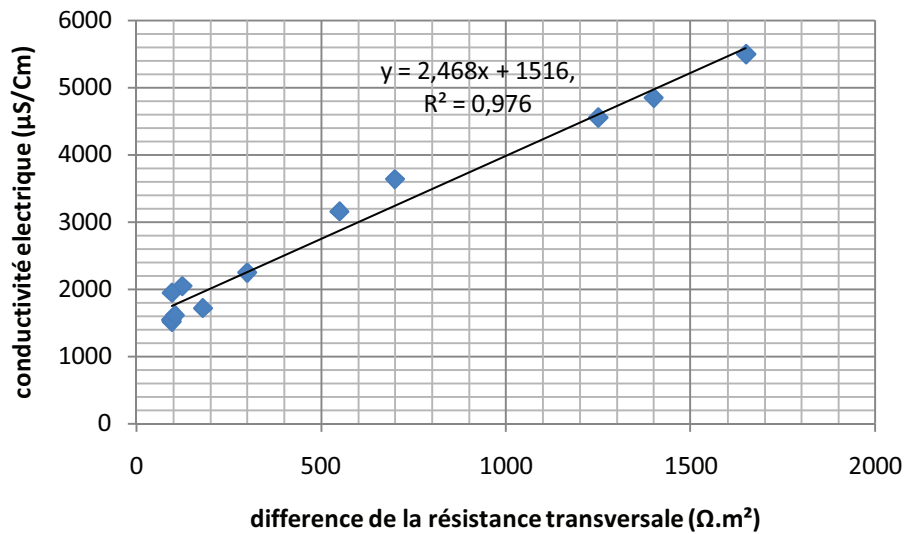


Figure VI.19 Courbe de corrélation entre la conductivité et la différence de la résistance transversale

Pour déterminer la position de l'interface abrupte on admet que la limite de la conductivité de l'eau douce coïncide avec la ligne d'égale résistance transversale correspondant.

Certains auteurs considèrent que l'eau salée commence à partir d'une conductivité de 3000us/cm (Sexana et al. 2003; Mondal et al. 2008...) ce qui correspond à $\Delta R_T = 600 \Omega. m^2$ Selon la norme algérienne pour les eaux potable la conductivité maximale est de 2800us/cm ce qui correspond à $\Delta R_T = 520 \Omega. m^2$. Alors, la ligne d'iso résistance transversale 500 correspond à l'interface eau douce eau salée Cela nous permet de localiser le front du biseau d'eau salée, entre les profils D et E, soit un étalement entre 1600 m à 1700 m à l'intérieur du continent (figure VI.18).

VI.8 Travaux antérieurs effectués dans la zone d'étude

VI.8.1 Prospection géophysique dans la plaine alluviale de l'oued Nador

La première étude réalisée dans la plaine alluviale de l'oued Nador est celle de la Compagnie Générale de Géophysique (CGG) du 13 au 26 octobre 1967 (CGG 1967), ayant pour but :

- La détermination de l'allure du toit du substratum marneux,
- La mise en évidence des lentilles à sédimentation grossière dans le recouvrement alluvionnaire et principalement les variations de faciès au niveau de l'Astien.
- Détermination des endroits potentiels pour l'implantation des forages, pour l'alimentation en eau des zones côtières du Chenoua et Tipaza.

La prospection géophysique effectuée a été comprise entre la ville de Nador au Sud et la mer Méditerranée au Nord, le massif du Chenoua à l'Ouest et les pentes du Sahel à l'Est, couvrant une superficie totale d'environ 3 km².

La CGG a exécuté 62 SEV en ligne AB comprise entre 800 m et 1000 m, avec un maillage d'environ 200 x 200 m. Deux sondages étalons ont été réalisés aux niveaux des seuls forages F1 et F2 existants à l'époque. L'interprétation des SEV a permis de tracer un ensemble de coupes géoélectriques définissant la géométrie de l'aquifère, ainsi que l'axe du synclinal. Les coupes géoélectriques proches de la côte ont montré une invasion marine à une distance d'environ 300 m. Cette étude a donné certaines recommandations, tel que la proposition de trois forages pour le captage de la nappe plio-quadernaire pour des profondeurs variant entre 100 et 120 m, à des emplacements un peu loin de la côte afin d'éviter le problème d'invasion d'eau de mer. La perspective d'exploitation des forages proposés par cette étude est d'arriver à un débit journalier d'environ 1500 m³, soit un volume annuel de pompage de 0.55 hm³, donc débit total d'exploitation de la nappe par l'ensemble des forages est 17 L/s.

VI.8.2 Contribution à l'étude hydrogéologique de la basse vallée de l'oued Nador

Dans sa thèse de 3ème cycle, Mesbah (1981) a exploité les nouvelles données sur la zone d'étude, à savoir les coupes lithologiques de sept forages et douze piézomètres et les données des essais de pompage effectuées au niveau des forages. Ces données ont permis de tracer la carte d'égale profondeur pour le mur du réservoir utile, la carte d'isopaques des alluvions quadernaires et de l'Astien jaune et déterminer les caractéristiques hydrodynamiques de l'aquifère plio-quadernaire (perméabilité k , transmissivité T).

Les interprétations montrent des transmissivités (T) variant entre $5.28 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ à $2.03 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$, des perméabilités variant entre $1.97 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$ à $6.83 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$, des débits d'essais variant entre 6.67 L/s (F1) à 33.33 L/s pour (F3 et F7) et des rabattements résiduels au bout de 24 heures de pompage variant entre 1.14 m (F1) à 15.52 m (F5).

L'étude hydrogéochimique traitant les analyses physico-chimique des eaux de la nappe superficielle du quadernaire de 23 points d'eaux de faible profondeurs, pour les périodes Décembre 1973 - Janvier 1974 et Juillet - Août 1979 a montré des valeurs de la CE entre 1500 $\mu\text{S/cm}$ à 2500 $\mu\text{S/cm}$ et de chlorures entre 150 mg/L à 400 mg/L dont les plus élevées sont celles des puits situés à quelques dizaines de mètres de la côte.

Les analyses physico-chimiques des eaux de la nappe astienne 29 points d'eaux ont montré des valeurs de CE variant entre 1500 $\mu\text{S/cm}$ à 2700 $\mu\text{S/cm}$ et de chlorures entre 150 mg/L à 500 mg/L dont les plus élevées sont celles des puits situés près de la côte.

VI.8.3 Contribution à l'étude hydrogéologique de la basse vallée de l'Oued Nador, Tipaza, Approche du biseau salé

Dans leurs mémoire d'ingénieur Taibi et Hamadache (1992) ont fait une étude sur le problème de l'intrusion marine dans cette nappe tout en utilisant les méthodes : piézométrique, hydrogéochimique et géophysique.

La carte piézométrique de juin 1991 a montré une dépression autour des forages situés au centre de la plaine avec une convergence des eaux souterraines de la nappe vers cette dépression et un inversement de l'écoulement de la mer vers le centre de la plaine.

L'étude hydrogéochimique a montré une augmentation remarquable de la CE des eaux de la nappe dans la frange côtière avec des valeurs dépassant 6000 $\mu\text{S}/\text{cm}$, et elles s'accroissent généralement en allant de l'amont vers l'aval. La même chose pour le résidu sec où les valeurs dépassent 6550 mg/L dans les deux premiers kilomètres. Les teneurs en chlorures et les sodiums ont dépassé 2500 mg/L et 1500 mg/L respectivement dans la frange côtière.

Dans le but de la matérialisation de l'interface eau douce – eau salée, une étude géophysique par prospection électrique a été réalisée par ces étudiants en collaboration avec les techniciens de l'A.N.R.H, avec l'exécution de 20 SEV de AB comprise entre 250 et 500 m, et 6 profils de traînée électrique d'orientation perpendiculaire à la côte.

L'interprétation des résultats a montré des faibles résistivités dans la zone côtière variant entre 1 à 15 $\Omega\cdot\text{m}$; avec une estimation de l'extension du biseau salé à l'intérieur de la nappe d'environ 3 km par rapport à la côte. L'ensemble de ces méthodes appliquées a fait apparaître l'évolution spatiale de la salinité dans cet aquifère à cause des pompages intensifs des forages situés au niveau de la dépression piézométrique.

VI.8.4 Intrusion des eaux salées dans les eaux douces dans les nappes côtières – approches hydrodynamiques - exemple du champ de captage de Tipaza

Dans sa thèse de magistère, Tifour (2000) a fait une étude sur l'évolution du problème de l'intrusion marine dans la nappe côtière de Nador. Les données piézométriques et hydrogéochimiques des années précédentes 2000 ont été exploitées.

L'analyse piézométrique de la période 1995 a montre l'existence d'une dépression au centre de la plaine autour des forages en surexploitation, avec des valeurs iso-pièzes négatifs et un écoulement inverse de la mer vers le continent.

La comparaison entre les analyses physico-chimiques de l'année 1991 et 1995 a montré qu'il y a eu une augmentation de la CE des eaux de la nappe avec des valeurs atteignant 9000 $\mu\text{S}/\text{cm}$ pour les puits côtiers, cette dernière diminue au fur et à mesure en s'éloignant de la

côte et c'est toujours l'exploitation intensive de la nappe à proximité de la mer, qui a fait diminuer l'écoulement souterrain et qui a provoqué la remontée de l'interface eau douce – eau salée sous les forages de sorte que les eaux de plus en plus salées pénètrent dans les ouvrages. Les chlorures et les sodiums ont enregistré une augmentation considérable en 1995 avec des teneurs dépassant 3000 mg/L et 2000 mg/L respectivement dans cette frange côtière. Cette étude a montré qu'il y a une dégradation remarquable de la qualité chimique des eaux de cette nappe à cause de la salinité dont l'origine est probablement marine.

VI.8.5 Contribution à l'étude de l'intrusion marine dans la nappe côtière de l'Oued Nador, Tipaza

L'étude du problème de l'intrusion marine dans la nappe plio-quadernaire a été traitée dans le cadre de la préparation de la thèse de magistère de Bouderbala (2007) où les méthodes piézométrique, hydrogéochimique et géophysique ont été appliquées.

L'analyse des cartes piézométriques de différentes périodes (1974, 1995 et 2004) a montré qu'il y a eu une augmentation de niveau piézométrique de la nappe en 2004 après une réduction de pompage au niveau des forages en exploitation, la fermeture des forages de la frange côtière, et aussi grâce à l'exploitation du barrage Boukourdane en irrigation de la plaine. Les analyses physico-chimiques des eaux de la nappe durant les périodes hautes et basses eaux 2004 ont montré un abaissement de la conductivité électrique à moins de 6000 $\mu\text{S}/\text{cm}$ dans la frange côtière, les chlorures et le sodium ont aussi enregistré un abaissement dans les concentrations à moins de 1000 mg/L et 500 mg/L respectivement.

Cette déminéralisation des eaux par rapport aux années 1991 et 1995 est la conséquence de la stratégie adoptée pour la gestion des eaux de surface et souterraine.

Une campagne géophysique par la méthode électrique a été réalisée dans la zone; par l'exécution de 35 SEV en AB variant de 200 m à 800 m, selon un dispositif Schlumberger.

Cette prospection électrique a été réalisée dans le but de cartographier la zone de forte salinité. L'ensemble des résultats de la prospection électrique ont montré une extension du biseau salé à l'intérieur de la plaine à une distance à moins de 2 km.

VI.8.6 Contribution des méthodes hydrochimiques et Géophysiques à l'acquisition de la minéralisation dans les zones côtières- cas de la nappe alluviale de l'Oued Nador

Dans sa thèse de Doctorat (2015), Bouderbala a effectué une prospection géophysique par la méthode électrique où il a réalisé 47 SEVs. Les travaux de terrain se sont déroulés entre 02/04/2012 et 27/04/2012. Les longueurs d'émission du courant sont comprises entre 600 m

et 800 m. La prospection a été limitée seulement sur la plaine (entre la ville de Nador et le rivage), soit une superficie prospectée d'environ 3 km².

Les résultats trouvés lui a permis de déterminer la position de l'interface eau douce eau salée qui se situe a 2700m de la cote.

L'étude a été complétée par une étude hydrogéochimique qui a permet de tracer des cartes d'isochlorures, de teneur de sodium, de conductivité électriques et de résidus sec pour l'année 2011. Ces données sont prises comme résultats de validation de notre code de calcul.

VI.9 Conclusion :

Au cours de ce chapitre nous avons décrit l'aspect quantitatif et qualitatif des eaux souterraines de la basse vallée de l'Oued Nador.

En se basant sur les données géologiques nous avons défini et délimiter les formations de notre aquifère qui est de plio-quaternaire. Cette nappe est dans l'ensemble est captive à l'exception des affleurements qui y donnent l'aspect d'un aquifère libre.

Les données hydrogéologiques notamment les cartes piézométriques ont montré l'absence d'échange entre la nappe et oued Nador ce qui confirme que les formations du quaternaire sont faiblement perméable à imperméables. Ainsi elles nous ont informé que la recharge naturelle de la nappe se fait principalement par l'Est (pentes de Sahel). Ces cartes nous ont permis également d'identifier le sens d'écoulement souterrain durant les années 74, 88 ,95 et 2011. En effet, la surexploitation et le déficit en pluviométrie enregistré dans les années 90 ont causé l'inversement de l'écoulement vers l'intérieur de la nappe et par conséquence l'intrusion marine. Mais, avec l'augmentation de la pluviométrie et l'abondant de plusieurs forages ont permis le recul du biseau salé et remédier le sens d'écoulement vers la mer et c'est le cas de la carte piézométrique de l'année 2011.

L'étude hydrochimique des eaux de la nappe par le biais du tracé des cartes de conductivité électrique et d'isochlorures, a permis de constater que la zone avale près de la mer est très affectée par l'intrusion marine surtout la zone située à l'Ouest au niveau des puits (p161 et 161B).

Enfin, l'étude géophysique effectuée par Bouderbala, en 2012 a permis de limiter la partie de l'aquifère contaminée par les eaux salines. Grace à cette étude il a pu déterminer la position de l'interface abrupte ou la zone de transition entre l'eau douce et l'eau salée qui s'est trouvée à une distance de 1700m de la cote (Bouderbala, 2014).

Après l'analyse de ces données, le chapitre suivant fera l'objet de la modélisation numérique de l'intrusion marine dans cet aquifère dans le but de confirmer les résultats trouvés dans ce chapitre.

CHAPITRE VII

Localisation numérique du biseau salé
dans l'aquifère côtier de l'Oued Nador

Chapitre VII

Localisation numérique du biseau salé dans l'aquifère côtier de l'Oued Nador

VII.1 Introduction :

D'après l'étude hydrologique détaillée de Mesbah (1981) de l'aquifère de Oued Nador, nous retenons :

- les infiltrations représentent 5.3% à 7.6% des précipitations, ce qui donne un débit circulant dans l'aquifère de l'ordre $1.32 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{an}$ à $1.92 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{an}$. Soit 42l/s à 61 l/s sur une surface de 40km².
- la nappe est alimentée principalement par les frontières est, sud et ouest d'où le débit circulé est divisé sur ces frontières.
- Seulement cinq forages sont en fonctionnement de la période de 74 à 95. il s'agit des forages F1, F2, F3, F5 et F6 qui donnent en tous 80l/s.
- Après 95 seulement les deux forages F3 et F5 sont fonctionnels
- Absence d'échange entre la nappe et oued Nador.

VII.2 Hypothèses simplificatrices de la simulation :

Afin d'appliquer notre code de calcul Sharp sur la nappe plio - quaternaire de Oued Nador, nous avons mis les hypothèses suivantes :

- la nappe est dans l'ensemble captive ;
- la formation de l'aquifère est supposée homogène et isotrope.
- L'approximation du Dupuit est valable.
- Les hypothèses du modèle Sharp sont valables.
- Le niveau de la mer est pris comme niveau de référence.

VII.3 Modèle conceptuel :

Le modèle conceptuel consiste à définir la limite géométrique de la nappe qui est nécessaire pour le maillage par éléments finis. Ainsi il faut définir les conditions aux limites du problème. La carte donnant les limites de la nappe a été présentée dans le chapitre précédent. La limitation a été faite en tenant compte la topographie du site. Pour admettre que l'hypothèse de Dupuit est valide, il faut que la structure de la nappe soit au maximum plane. C'est pourquoi on a limité la nappe sur une zone où les lignes de niveaux varient de 0 à 30m.

VII.3.1 Conditions aux limites :

Afin d'appliquer correctement notre code de calcul Sharp il faut d'abord déterminer les conditions aux limites appliquées sur les frontières de la nappe.

La figure VII.1 montre la structure géométrique de la nappe dans le plan xy sur fond géologique. Les conditions aux limites au niveau de notre nappe sont comme suit :

VII.3.1.1 limites de flux imposé

Toutes les frontières de la nappe à l'exception de la frontière face à la mer (AB) sont des limites à flux imposé. En effet, sur ces limites les formations géologiques de l'astien affleurent et sont stade à une recharge naturelle par précipitation voir lafigure VII.2.

La zone située en Est de la nappe représentée par les pentes de Sahel dirigées vers la nappe et ayant une superficie importante alimente principalement la nappe par l'eau douce.

Les conditions du flux nul sur l'écoulement d'eau saline sont appliquées sur ces frontières.

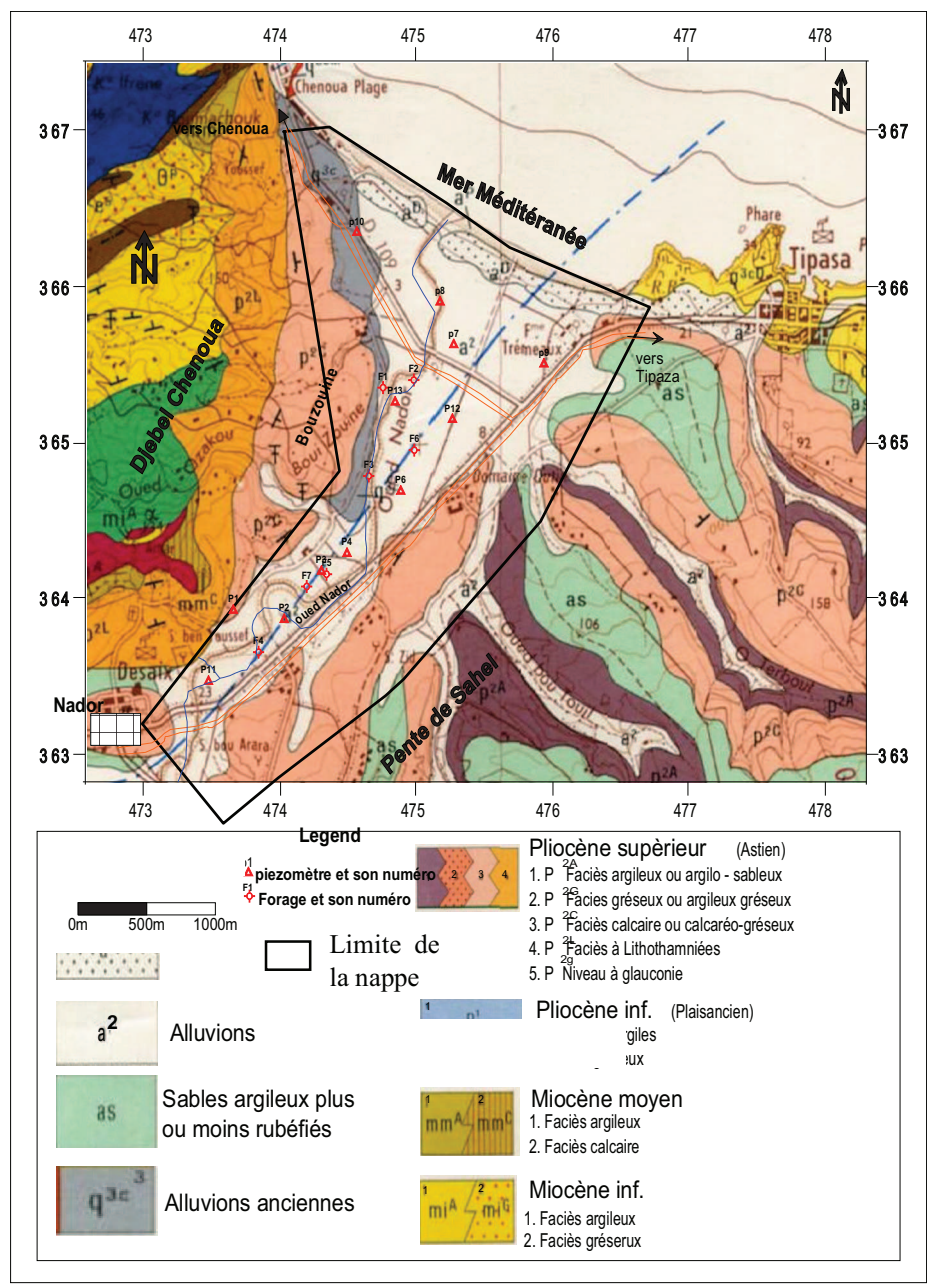


Figure VII.1 limites de la nappe sur fond géologique

VII.3.1.2 limite de charge imposée (condition de Dirichlet) : les conditions de charge imposée sont appliquées sur la frontière au bord de la mer.

La hauteur d'eau douce h_d au dessus du niveau de mer est donnée par la formule de GBH :

$$h_d = -\frac{z_i}{\delta} \quad \text{Avec } z_i : \text{ est la profondeur de l'interface eau douce eau salée (négative), elle est}$$

égale au toit du réservoir utile. $\delta = \rho_d / (\rho_s - \rho_d)$

Pour l'eau de la méditerranée $\rho_s = 1025 \text{ kg/m}^3$, $\rho_d = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\delta = 40$.

Alors que la hauteur d'eau salée est toujours nulle $h_s = 0.0 \text{ m}$

Ces deux conditions doivent être respectées sur le temps de simulation.

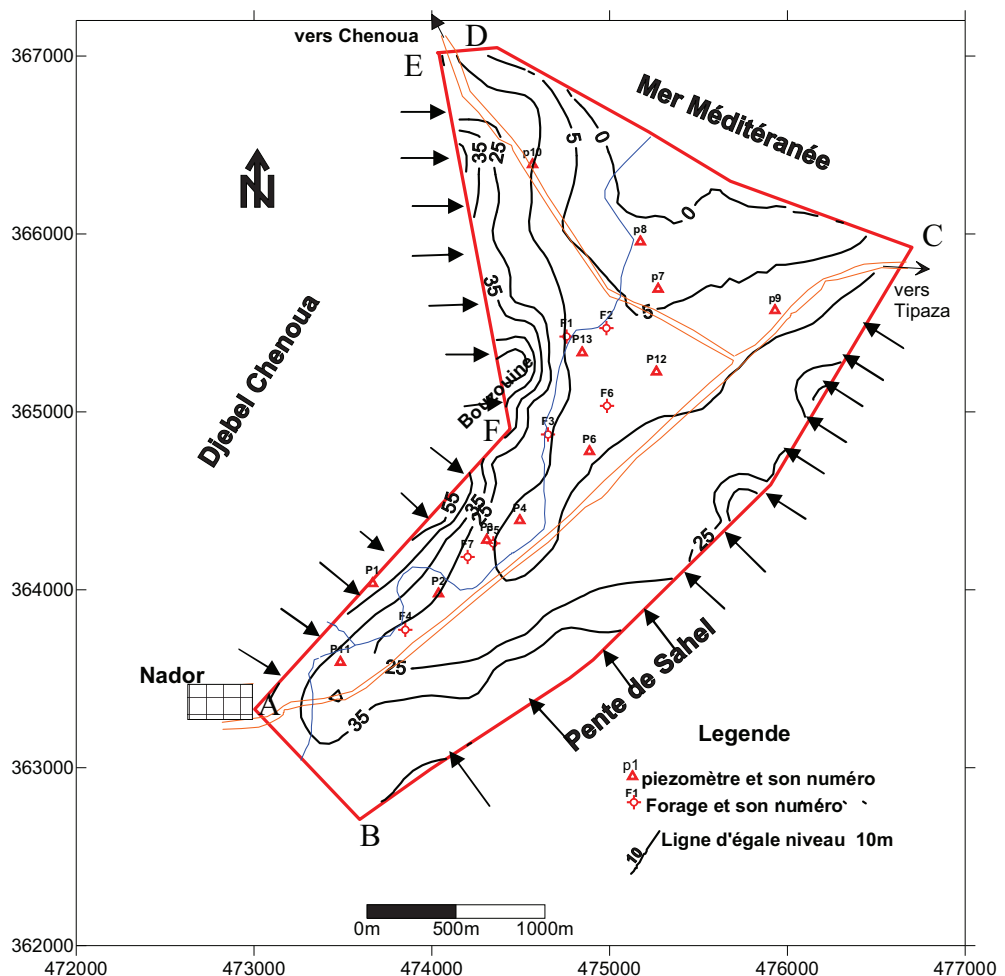


Figure VII.2 conditions aux limites

VII.3.2 Maillage de la structure

Le maillage de la structure est une étape indispensable dans la modélisation numérique par éléments finis. Il consiste à diviser la structure en éléments triangulaires ou quadrilatéraux appelés éléments finis dont les sommets sont appelés les nœuds.

La nappe de l'Oued Nador est divisée en éléments quadrilatéraux à quatre nœuds. La figure VII.3 montre le maillage de cette nappe dont les caractéristiques sont représentées par le tableau VII.2.

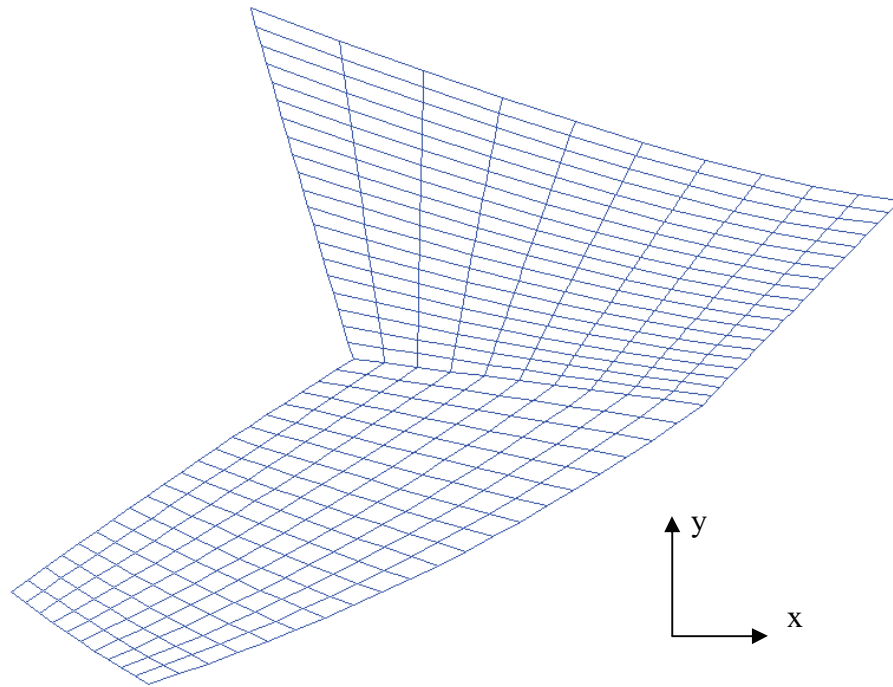


Figure VII.3 Maillage de la nappe de l' Oued Nador

Tableau VII.2 caractéristique du maillage

paramètre	valeur
Nombre des éléments	400
Type éléments	Quadrilatéral isoparamétrique à quatre nœuds
Nombre des noeuds	451

VII.4 Calage du modèle :

Le calage du modèle est la deuxième étape après le modèle conceptuel, il consiste à déterminer les paramètres du modèle en connaissant la solution en certains points nodaux pour un intervalle de temps fixe ou pour un régime permanent.

Dans notre cas, nous ne disposons pas de données du régime permanent correspondant à la période avant l'exploitation de la nappe par des forages. Par ailleurs, nous avons les données

piézométriques des années 74, 88 et 95 qui constituent la base de données pour le calage du modèle. En fixant la solution initiale correspondant à l'année 74 (piézométrie de l'année 74) et en déterminant les paramètres du modèle qui permettent après simulation sur cette période d'avoir une piézométrie proche à celle mesurée. Ce problème est connu sous le nom du problème inverse.

Notre code de calcul ne dispose pas de cette étape, néant moins, nous avons des données concernant la perméabilité, la porosité et le coefficient d'emmagasinement de la formation aquifère d'après l'étude hydrogéologique détaillée de Mesbah(1981).

Le tableau VII.3 présente les données prises suite à l'étude hydrodynamique de la nappe de l'Oued Nador (Mesbah, 1981).

Tableau VII.3 données hydrodynamique de la nappe de l'Oued Nador

Paramètre	valeur
$K_X = K_Y$ (perméabilités)	35 m/j (homogène et isotrope)
n (porosité)	0.25
S_S coef d'emmagasinement	0.0002
Forages	
F1	$Q=575 \text{ m}^3/\text{j}$
F2	$Q=777 \text{ m}^3/\text{j}$
F3	$Q=2880 \text{ m}^3/\text{j}$
F4	$Q=0. \text{ m}^3/\text{j}$ (arrêt)
F5	$Q=816 \text{ m}^3/\text{j}$
F6	$Q=2880 \text{ m}^3/\text{j}$

Donc on suppose que le débit d'eau douce extrait à partir de la nappe est la somme des débits des forages mentionnés dans le tableau VII.3 tout en négligeant les débits des puits.

La conductivité hydraulique est prise égale à la valeur moyenne des conductivités calculées au niveau des forages après essai de pompage (Mesbah, 1981).

La solution initiale est prise égale à la piézométrie de l'année 74, elle est interpolée aux points nodaux des éléments finis en utilisant la technique de géostatistique décrite par le logiciel Surfer 8.

Il a été remarqué que pour des flux imposés répartis selon le tableau, le calage est plus ou moins bon.

Tableau VII.4 Conditions aux limites du problème

Paramètre	valeur
Flux imposé sur B C	0.3 m ³ /j/m de largeur
Flux imposé sur AD	0.2 m ³ /j/m de largeur
Charge imposée sur AB	
Eau douce	-4m
Eau salée	0m
Recharge naturelle	0 (pas de recharge sur la surface de la nappe délimitée.)

Les résultats de simulation permettent de tracer :

- les cartes d'isopiezes d'eau douce calculées et mesurées pour l'année 1995 (Figure V II.4)
- les cartes d'égaux épaisseurs d'eaux salées ou carte de localisation du biseau salé. (figure VII.5)
- le profil en long de l'interface abrupte. (figure VII.6).

Le calage du modèle a permis de tracer la carte piézométrique de 1995 simulée et mesurée (figure VII.4). En imposant les conditions aux limites décrites par le tableau VII.4 la concordance entre les deux niveaux piézométriques (simulée et mesurées) est bonne.

Le niveau piézométrique calculé pour l'année 94 varie entre -4m sur la cote et 23m sur frontière sud face à la cote. On note également que la nappe est alimentée principalement par les frontières Est et Ouest et l'écoulement se fait toujours vers la mer.

La figure VII.5 présente la répartition spatiale de l'épaisseur d'eau salée pour l'année 95 c'est-à-dire après 14 ans d'exploitation.

L'épaisseur d'eau salée est calculée en tranchant le niveau du substratum du niveau de l'interface eau douce eau salée.

L'épaisseur d'eau douce égale la différence entre le toit de l'aquifère et la profondeur de l'interface eau douce eau salée.

Les contours des cartes sont tracés à l'aide des outils de l'interpolation offerts par le logiciel Surfer 8.

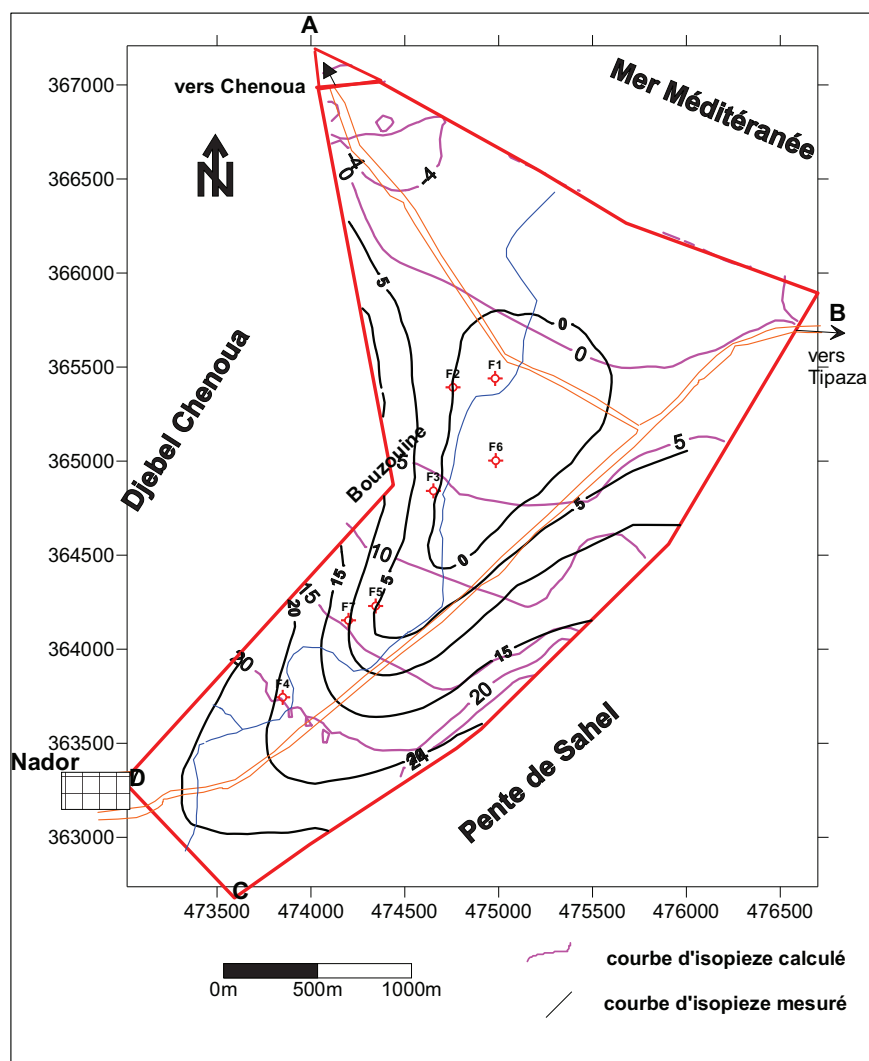


Figure VII.4 contours d'isopiezes simulés et mesurés pour l'année 1995

La carte VII.5 montre que l'interface eau douce – eau salée correspondant à l'épaisseur d'eau salée nulle, se trouve à la limite du forage F2. De ce fait les forages F1 et F2 sont donc contaminés par les eaux salées. Alors la simulation prend en considération que si un forage devient salé on arrêtera son exploitation. Seulement les trois forages F3, F5 et F6 restent en exploitation.

Une coupe FF' perpendiculaire à la cote, permet de représenter le profil en long de cette interface.

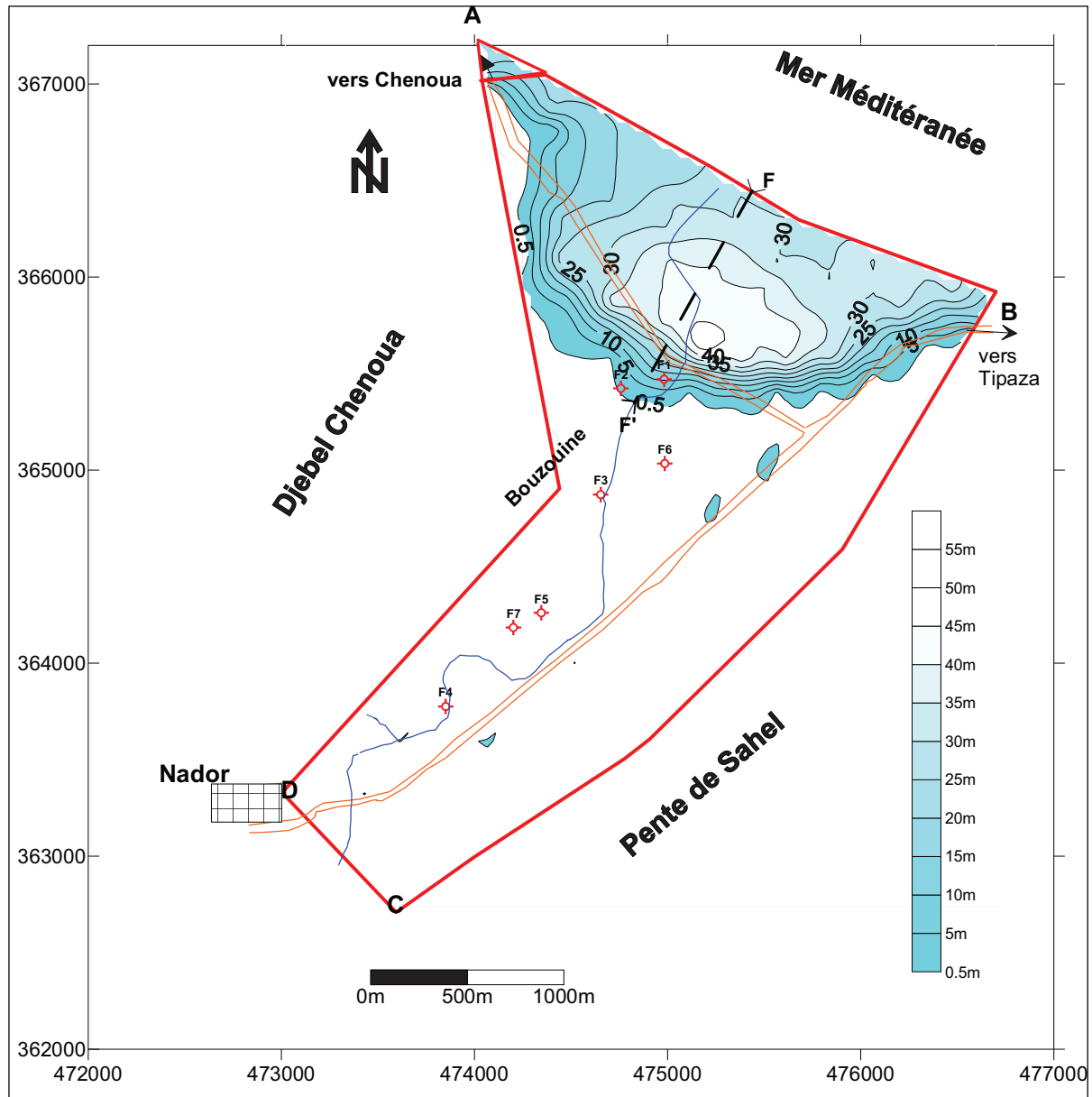


Figure VII.5 carte d'égalles épaisseurs d'eau salée après 14 ans (1995)

La figure VII.6 présente ce profil en long de l'interface abrupte qui sépare l'eau douce et l'eau salée pour l'année 1995.

La figure VII.6 confirme que la longueur du biseau salé se trouve à une distance près de 1250m de la cote. L'épaisseur d'eau salée atteint ses valeurs maximales dans la zone située entre les distances 600m et 800m.

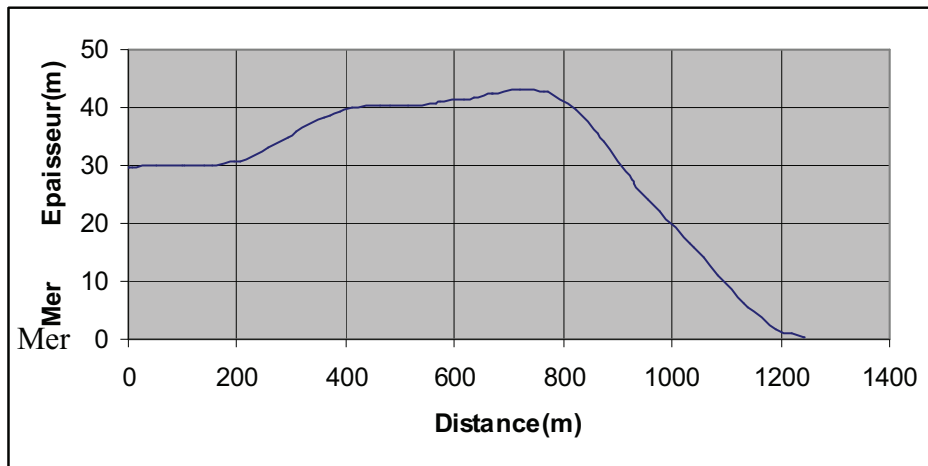


Figure VII.6 variation de l'épaisseur d'eau salée avec la distance de la mer sur la coupe F'F

Le long de la cote au pt F, l'épaisseur d'eau salée atteint une valeur de 30m qui est égale à l'épaisseur du réservoir utile si son toit se trouve au dessous du niveau de la mer ou elle est égale au niveau du substratum dans le cas contraire.

VII.5 Simulation du biseau salé en 2012 :

Sur la base des données précédentes, nous allons déterminer la position de l'interface eau douce eau salée pour l'année 2012 et la comparer à la position déterminée par la géophysique (Bouderbala, 2015).

Pour se faire, on va garder les mêmes valeurs des conditions aux limites et on arrête le pompage dès que les forages soient contaminés par l'eau de mer.

La figure VII.7 présente également les contours d'isopaques d'eau salée pour la même année 2012. On remarque de cette carte que la zone envahie par l'eau salée en 2012 se trouve étendue par rapport à celle de l'année 95.

D'après l'enquête menée sur terrain, les forages F1, F2 et F6 sont fermés à cause de la salinisation de leurs eaux. Ceci est confirmé par les résultats de simulation de la figure VII.7. On remarque également que les forages F3, F5 et F7 ne sont pas touchés par l'intrusion marine et restent en exploitation.

La carte de la figure VII.7 mis en évidence une zone où l'épaisseur d'eau salée est importante elle situe au niveau des forages F1 et F2.

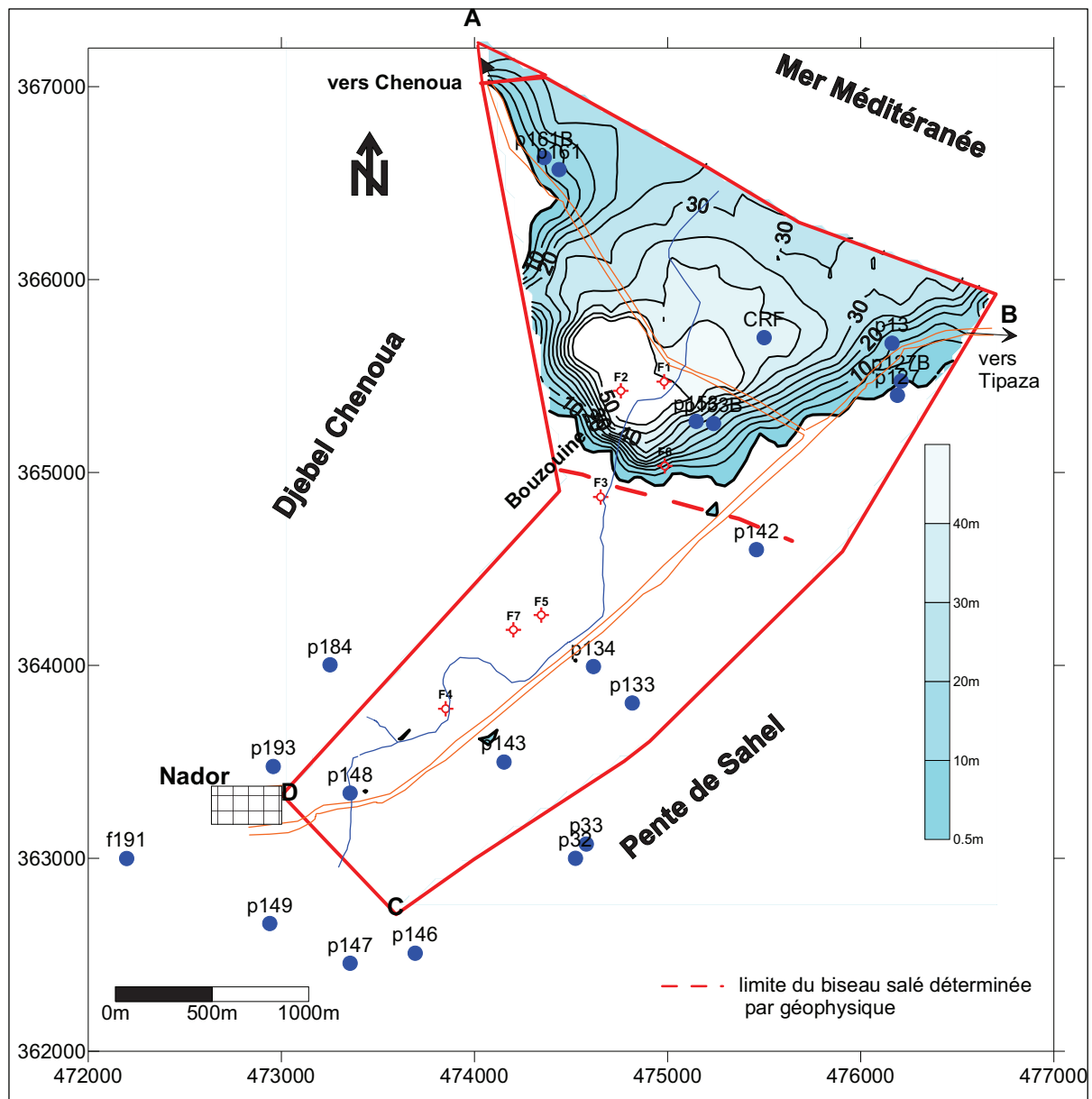


Figure VII.7 Contours d'égalles épaisseurs d'eau salée simulée pour l'année 2012

La figure VII.8 montre que le biseau salé s'étend à l'intérieur de la nappe pour atteindre une longueur de 1560m loin de la cote.

Cette limite n'est pas loin de position déterminée par les travaux de Bouderbala effectués en 2012 où il a estimé la position de l'interface par la méthode géophysique par des sondages électriques verticaux en ligne pointillée en rouge (figure VII.7).

L'épaisseur d'eau salée atteint une valeur maximale de 57m à une distance de 1200m de la cote voir figure VII.8. Cela nous permet de dire que durant l'exploitation de la nappe de 1995 à 2012 la longueur du biseau salé passait de 1250m à 1650m ce qui fait près de 32% d'extension.

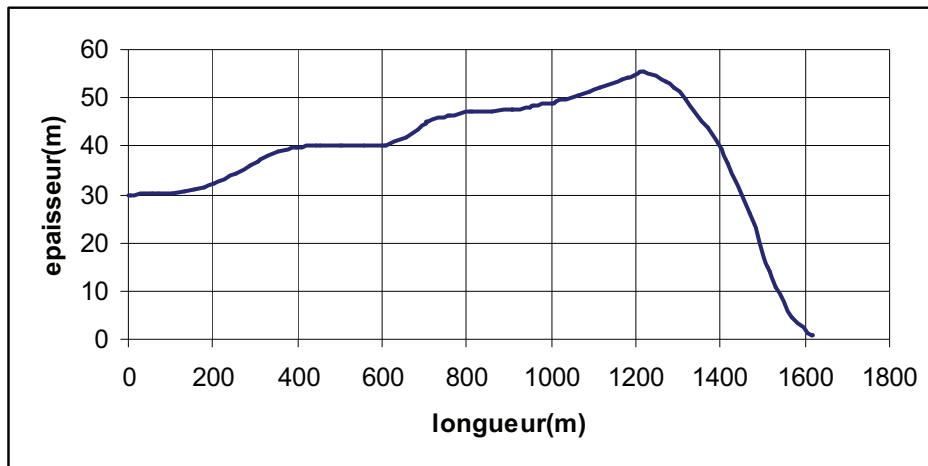


Figure VII.8 variation de l'épaisseur d'eau salée en fonction de la distance de la mer pour l'année 2012

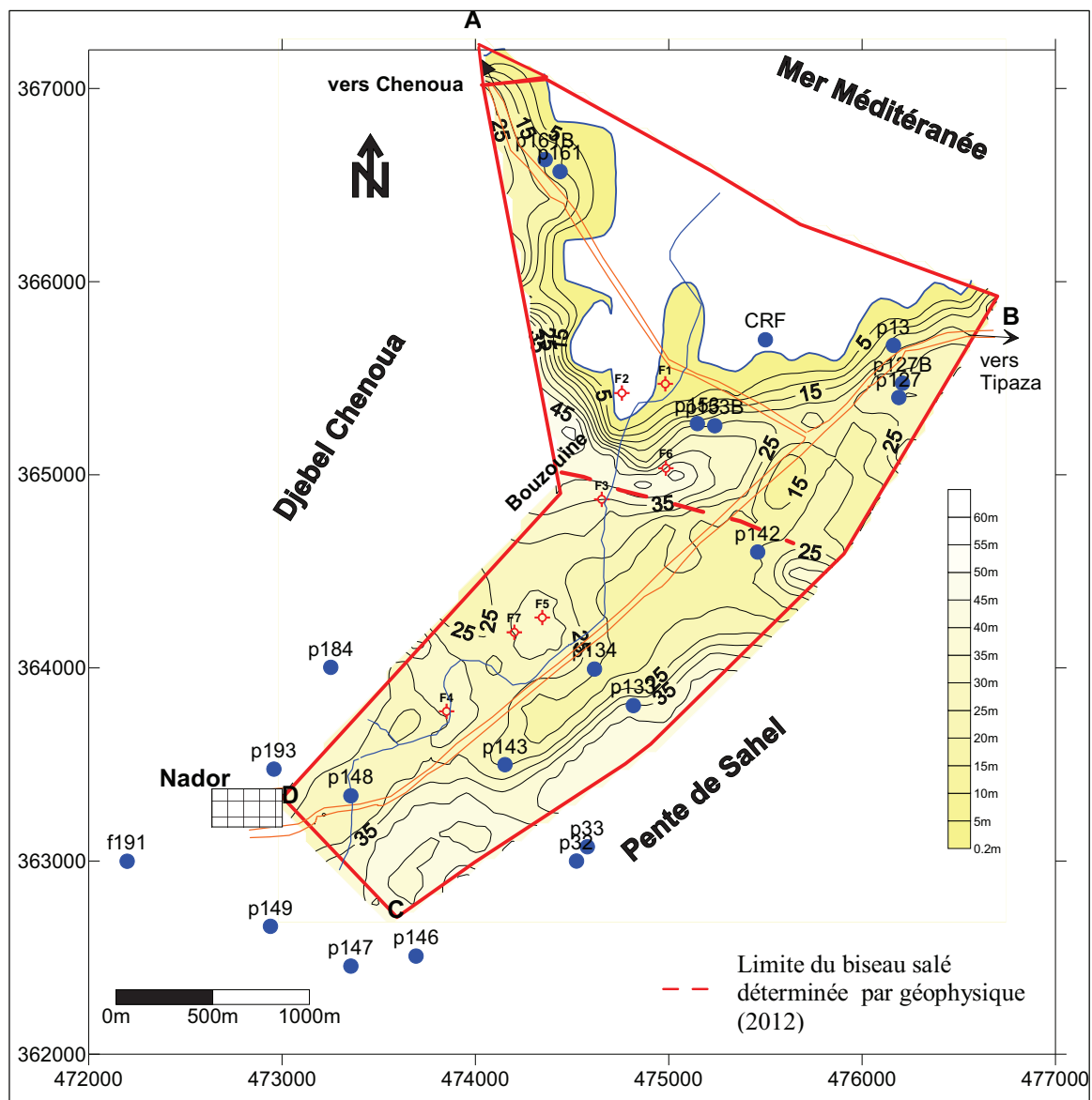


Figure VII.9 Contours d'égalles épaisseurs d'eau douce 2012

VII.6 Prédiction de l'état du biseau salé :

Dans le but de savoir la future évolution du biseau salé dans l'espace et dans le temps. Nous allons décrire les différents scénarios qui peuvent être imaginés pour étudier l'influence des conditions aux limites sur le biseau salé dans l'aquifère de Tipaza.

VII.6.1 Scénario 1 :

Nous allons supposer qu'il n'y a pas une exploitation de la nappe, les besoins en eau potable et en irrigation sont assurés par le barrage de Boukourdane. La nappe est alimentée seulement par la recharge naturelle par précipitation. On maintient les mêmes conditions aux limites en annulant le débit de pompage. En prenant les charges piézométriques simulées en 2012 comme solution initiale, nous allons calculer la position de l'interface abrupte à l'horizon 2022 c'est-à-dire après 10ans d'arrêt de pompage voir figure VII.10.

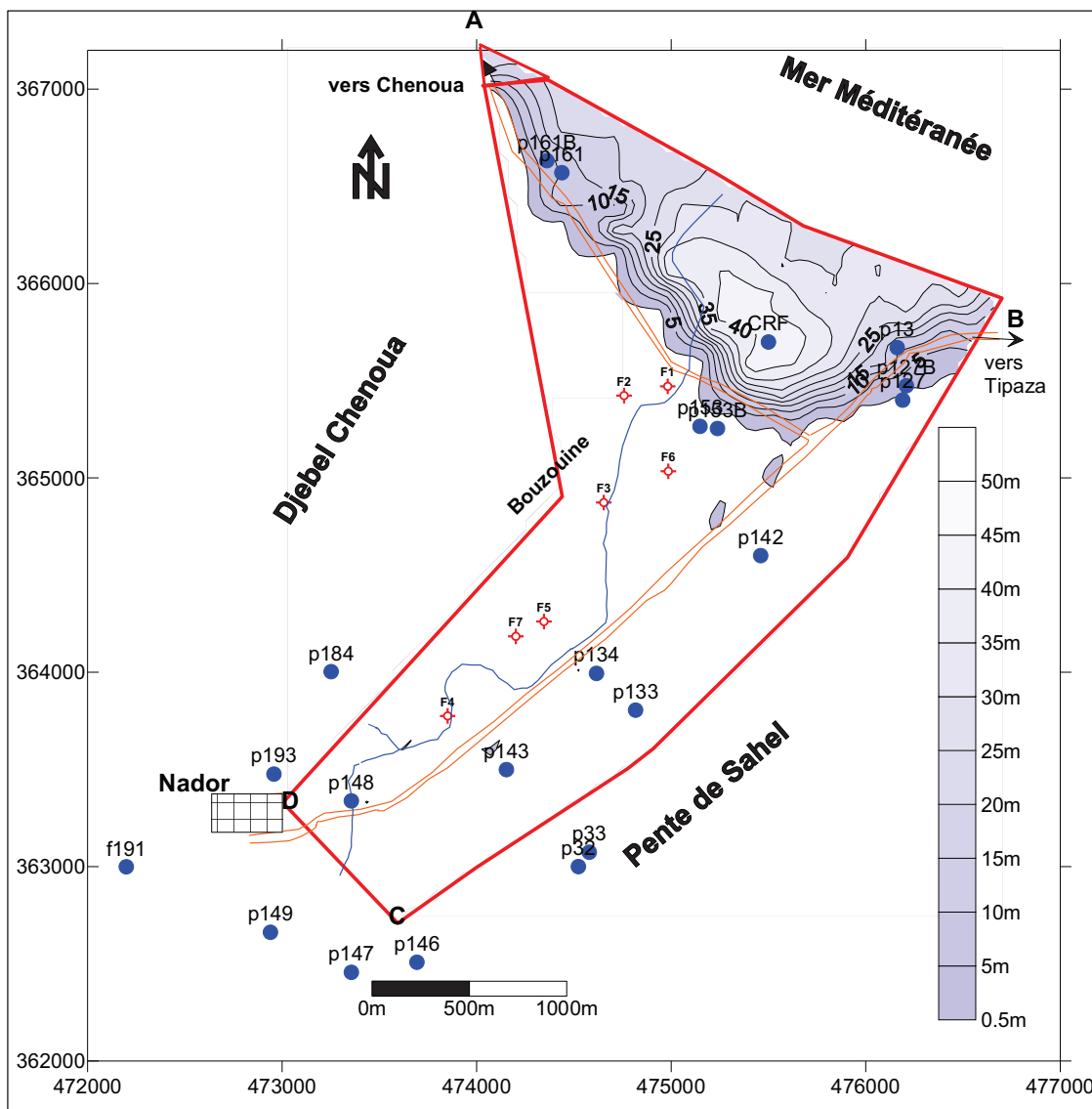


Figure VII.10 Epaisseur d'eaux salées après 10ans d'arrêt d'exploitation de la nappe (scénario 1)

On remarque que l'épaisseur d'eau salée de la nappe et notamment l'interface abrupte après 10 ans de recharge naturelle et sans pompage s'est reculée au delà des forages F1 et F2. Cela ne veut pas dire que les eaux de ces deux forages ne sont pas salées mais leurs concentrations en sels diminuent par dilution.

VII.6.2 Scénario 2 :

On maintient les forages F3 et F5 seulement en exploitation et en gardant les mêmes conditions aux limites citées ci-dessus et on étudie l'état du biseau salé aux prochaines années 2022 et 2032.

La figure VII.11 présente les isopaques d'eau salée pour l'année 2022 en présence des forages F3 et F5 seulement.

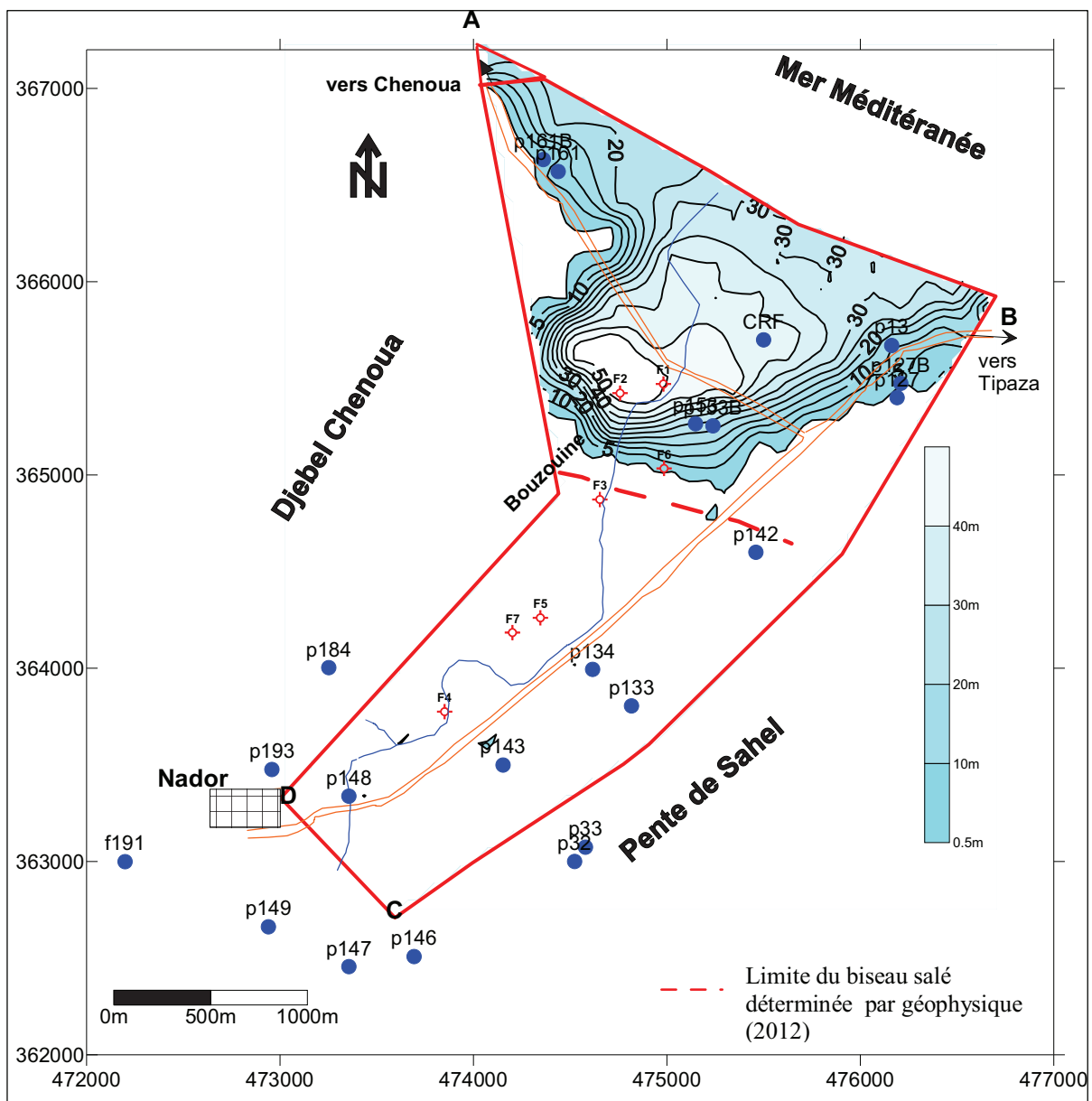


Figure VII.11 contours d'égales épaisseurs d'eau salée en 2022 avec l'exploitation de F3 et F5 seulement.

On remarque que le biseau salé s'est reculé légèrement à ce de 2012 laissant toujours les forages F1, F2 et F6 envahis par l'eau de mer.

On note que la nouvelle position de l'interface se situe à la limite du forage F6.

Si on continue l'exploitation sous les mêmes conditions aux limites, est ce que le biseau salé continuera la régression ou bien elle s'arrête à cette limite (régime permanent) ?

Pour répondre à cette question nous allons effectuer la simulation jusqu'au 2032 et voir la nouvelle position de l'interface.

La figure VII.12 illustre les résultats de simulation pour l'année 2032 après 20 ans d'exploitation.

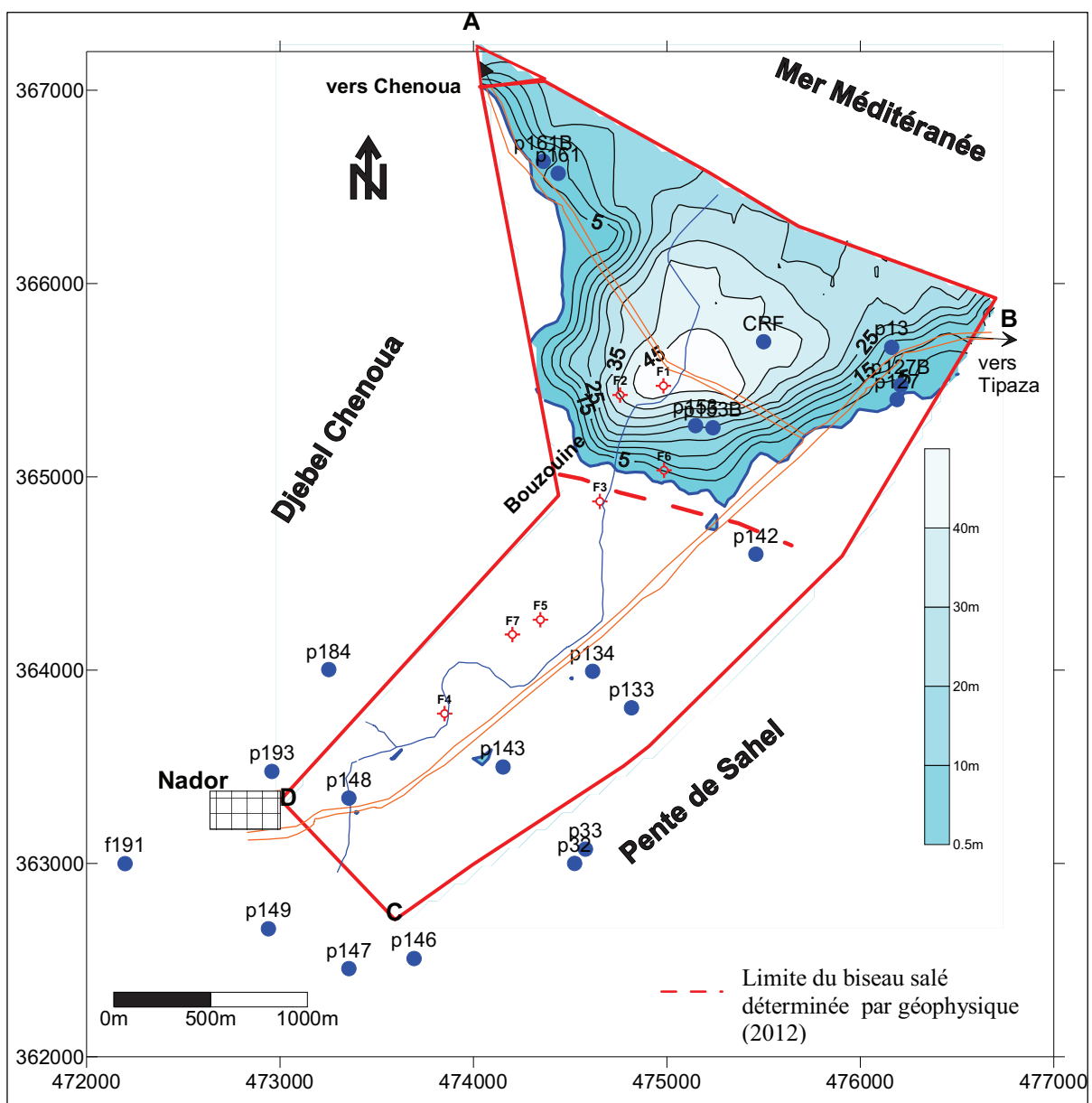


Figure VII.12 contours d'égalles épaisseurs d'eau salée en 2032 avec l'exploitation de F3 et F5 seulement (scénario2)

On remarque d'après ces résultats de simulation que la position de l'interface abrupte en ligne bleue n'a pas changé par rapport à celle de 2012 ce qui confirme que le régime permanent a été établi. Les forages F1, F2 et F3 restent touchés par l'eau salée alors que le forage F3 n'est pas affecté par l'intrusion marine. Alors, nous pouvons dire que pour réduire au maximum l'effet du biseau salé, il faut cesser le pompage et laisser la nappe s'alimenter par la recharge naturelle. Cela aura pour effet de faire reculer le biseau salé c'est le cas du premier scénario, alors que pour le deuxième scénario bien que le forage F3 ne soit pas contaminé l'effet du biseau salé est plus important et peut atteindre 1500m loin de la cote.

VII.7 Conclusion :

L'application du modèle à interface abrupte (Sharp interface) pour localiser le biseau salé dans l'aquifère côtier de oued Nador a permis de déduire les conclusions suivantes :

- le calage du modèle sur la période de 1974 à 1995 concernant le niveau piézométrique a permis de déterminer les conditions aux limites appliquées sur les frontières. Ces conditions aux limites sont ensuite imposées pour déterminer la position de l'interface pour l'année 1995. nous avons trouvé que l'interface s'est étendue à l'intérieur de la nappe loin de la cote à une distance de 1250m.
- les résultats de simulation en 2012 ont montré une nette progression de la zone d'eau salée de la nappe par rapport à celle trouvée en 1995. en effet, le biseau salé a atteint une longueur de 1650m loin de la cote. Cette limite est confirmée par la géophysique suite aux travaux de Bouderbala (2015).
- La prévision du biseau salé aux horizons 2022 et 2032 en partant de l'état de 2012 nous a conduit de proposer deux scénarios.

Dans le premier scénario on arrête le pompage et la nappe s'alimente seulement à partir des précipitations jusqu'à 2022, la zone saline de la nappe s'est régressée pour atteindre une distance autour de 1050m de la cote faisant les forages F1 et F2 non affecté par l'intrusion marine.

Lorsque nous avons continué l'exploitation de la nappe via les forages F3 et F5 du 2011 à 2022 dans le deuxième scénario, on a enregistré un léger recul du biseau salé sans avoir un bon remède des états des forages F1 et F2.

En conclusion pour réduire l'effet du biseau salé dans la nappe côtière de l'Oued Nador, il faut cesser le pompage des eaux souterraines et compter sur les eaux de surface provenant du barrage de Boukourdane.

Conclusion générale

Conclusion générale et recommandations

Conclusion générale et recommandations

La modélisation de l'intrusion marine dans les aquifères côtiers a fait l'objet de ce travail présenté. Nous avons développé au cours de ce travail deux codes de calcul par éléments finis pour la simulation du biseau salé dans les aquifères côtiers. L'un basé sur l'approche interface abrupte et l'autre sur zone de transition (hydrodispersif). Les deux modèles sont quasi tridimensionnels par intégration des équations du modèle mathématique en 3D sur la profondeur en admettant que l'hypothèse de Dupuit est valable.

Le modèle mathématique basé sur l'approche interface abrupte revient à en écrire les deux équations aux dérivées partielles dans la zone d'eau douce et dans la zone d'eau salée. Cette approche suppose que les deux liquides eaux douce et eaux salées sont immiscibles et sont séparés par une interface.

L'application du principe de Galerkin de la méthode des éléments finis sur les deux équations a permis d'obtenir deux systèmes d'équations symétriques non linéaires avec variables charge hydraulique d'eau douce et d'eau salée. La linéarisation de ces deux systèmes d'équations a été réalisée par la méthode point fixe (Picard). Les matrices formant les deux systèmes linéaires sont bandes et symétriques, la résolution du système revient à transformer les matrices bandes en vecteurs en réduisant l'espace mémoire.

La validation du code de calcul « Sharpint » est faite par rapport à la solution analytique de Glover pour déterminer la position de l'interface en absence d'un puits et par rapport à la solution analytique de Strack en présence d'un puits d'exploitation.

Les résultats de simulation comparés aux solutions analytiques ont montré une bonne concordance. Après validation, le code a été appliqué pour étudier l'influence des conditions aux limites sur la position de l'interface eau douce eau salé. Le pompage excessif attire l'interface à l'intérieur de l'aquifère et vers le forage qui devient salin. Ce phénomène est connu sous le nom d'upconning. La recharge naturelle ou artificielle permet de faire reculer l'interface mais très lentement.

Conclusion générale et recommandations

Le deuxième code de calcul « seawint » est basé sur zone de transition où le phénomène de dispersion et de diffusion est tenu en compte. Dans ce cas l'interface n'existe pas et la zone séparant les deux liquides n'est pas mince mais large appelée zone de transition où il existe un échange entre les deux liquides eau douce et eau salée. Le modèle mathématique tient compte du couplage de l'équation de l'écoulement de densité variable (density dependent flow) et l'équation de transport de solutés.

La résolution de l'équation d'écoulement a été faite par l'application du principe de Galerkin classique et après discrétisation en éléments fini et assemblage le système résultant est non linéaire. Les matrices constituant ce système sont bandes et symétriques. La linéarisation est faite par la méthode de Picard. Quant à la résolution de l'équation de transport par la méthode de Galerkin classique présente une instabilité de la solution lorsque le nombre de Peclet Pe est supérieur à deux ce qui nécessite un raffinement du maillage en augmentant le nombre d'éléments finis ce qui devient coûteux en terme d'espace mémoire et de temps. Pour cela nous avons utilisé la méthode de SUPG pour stabiliser l'équation de transport. Cette méthode rend les matrices du système bandes non symétriques. On a résolu simultanément les deux systèmes linéaires itérativement par la technique d'élimination de Gauss jusqu'à la convergence de la solution.

La validation du code seawint se fait sur des cas des nappes libres par rapport à la solution numérique obtenue par certains auteurs en 3D où par l'application du logiciel Modflow. Les résultats de simulation obtenue par notre code sont satisfaisants. Le code permet d'obtenir les contours d'isochlorures et d'isopieze en régime permanent ou transitoire. Il calcule également la position du front de salinisation qu'on l'a trouvée coïncide avec la ligne d'isochlorure 0.5.

Ensuite nous avons étudié l'influence des conditions à limites telles que la recharge et le pompage sur l'évolution des concentrations de chlorures dans la nappe. Nous avons déduit que le pompage attire les lignes d'isochlorures vers le forage en augmentant la salinité des eaux pompées. Quant à la recharge, elle permet de repousser les lignes d'isochlorures et réduire la concentration de chlorures par dilution.

La plaine de l'Oued Nador fait partie de la Mitidja Ouest, de superficie d'environ 20 km². Elle est caractérisée par un climat de type méditerranéen semi-aride, avec une précipitation moyenne annuelle d'ordre 540 mm (période 1988 -2012). Le calcul du bilan hydrologique a

Conclusion générale et recommandations

permis de constater que seulement 7 % des pluies moyennes annuelles qui rejoignent la nappe et le reste se partage entre l'évapotranspiration et le ruissellement.

De point de vue géologique, la région fait partie du domaine tellien constituant la ride du Sahel, formée essentiellement par des sédiments mio-plio-quaternaires. La zone d'étude de l'Oued Nador est constituée par des remplissages plio-quaternaires dont le substratum argileux et marneux est d'âge plaisancien. Le réservoir formant l'aquifère est constitué par un faciès gréso-calcaires d'âge Astien et par des alluvions quaternaires.

La plaine d'Oued Nador contient 7 forages dont 6 en exploitation en 1974 à 1988. L'examen des cartes piézométriques des années 74, 88 a montré que la nappe est alimentée par les frontières surtout de l'Est (pentes de Sahel) et qu'il n'y a pas échange entre la nappe et Oued Nador. De 1988 à 1995 la piézométrie d'Oued Nador a mis en évidence une zone de dépression autour des forages F1, F2 et F6 ce qui indique que la nappe est surexploitée en conséquence il y avait une salinisation des forages F1, F2 et F6 qui ont été fermés et abandonnés.

Le tracé des cartes d'isochlorures et de conductivités électriques des eaux de la nappe a permis d'identifier la zone touchée par l'intrusion marine.

L'étude géophysique menée par Bouderbala en 2012 a permis de localiser le biseau salé en se basant sur la carte de résistance transversale. Il a trouvé que la position de l'interface est proche du forage F3 qui n'est pas affecté par la salinité.

La simulation du biseau salé dans l'aquifère côtier de l'Oued Nador a été faite à l'aide du code 'Sharpint' qui est plus simple et nécessite seulement les paramètres hydrodynamiques de la nappe. Pour cela on a supposé que le réservoir utile constitue une seule couche homogène avec une conductivité hydraulique égale à la moyenne des conductivités mesurées par les essais de pompage effectués par Mesbah (1981) et la nappe est considérée dans l'ensemble captive. La nappe est limitée de façon à avoir une surface de l'aquifère plus ou moins plane pour que l'hypothèse de Dupuit reste valable.

Conclusion générale et recommandations

Le calage du modèle a permis de fixer des conditions aux limites sur les frontières où s'imposent des conditions de flux de 0.3m/j sur la frontière Est et 0.2 m/j sur la frontière ouest. La frontière en contact de la mer s'impose une condition de charge hydraulique d'eau douce de -4m et une charge d'eau salée de 0m. En prenant les résultats de calage nous avons pu localiser l'interface eau douce eau salée à une distance de 1250m de la cote en 1995.

Puis elle se trouve à 1600m de la côte en 2012. Ces résultats sont confirmés par la géophysique d'après les travaux de Bouderbala (2015).

Pour la prévision du biseau salé dans l'aquifère de Oued Nador nous avons proposé deux scénarios de simulation ;

Le premier scénario consiste à arrêter totalement le pompage et laisser la nappe s'alimente seulement aux frontières jusqu'à 2021. Après simulation nous avons trouvé que l'interface eau douce eau salée s'est reculée pour atteindre une distance autour de 1050m de la cote rendant les forages F1 et F2 non affectés par l'intrusion marine.

Dans le deuxième scénario on a laissé seulement deux forages en exploitation, F3 et F5. Les résultats de simulation de 2022 ont montré un léger recul de l'interface et les forages F1, F2 et F6 restent toujours envahis par l'eau de mer. La simulation en 2032 a donné les mêmes résultats qu'en 2022 ce qui indique que le régime permanent est établi.

En conclusion, pour réduire au maximum le biseau salé dans l'aquifère de l'Oued Nador, il faut arrêter totalement l'exploitation de la nappe et faire alimenter les villes de Nador et de Tipaza par les eaux traitées du barrage de Boukourdane. Faire l'irrigation des parcelles de la plaine de l'Oued Nador à partir des eaux de surface du barrage de Boukoudane ce qui permettra la recharge de la nappe par ces eaux de barrage dans certaines zones (affleurement des grés de l'astien), seulement il faut contrôler la qualité de celles-ci. Il faut aussi interdire les agriculteurs d'utiliser les eaux usées où celles issues de la station d'épuration dans l'irrigation.

La simulation effectuée dans ce travail a utilisé le modèle à interface abrupte bien qu'il soit simple, il ne représente pas la réalité ce qui nécessite l'utilisation du modèle hydrodispersif tridimensionnel qui permet de fournir des résultats d'isochlorures qui seront comparés avec celles mesurées sur terrain.

Conclusion générale et recommandations

Enfin les codes de calcul établis dans ce travail malgré qu'ils ne sont pas tridimensionnels ils restent des outils de simulation pour la bonne gestion de l'aquifère et permettent d'avoir une idée sur l'état de l'intrusion marine.

On recommande pour accomplir ce travail :

- Développer un code de calcul tridimensionnel hydrodispersif;
- Installer des piézomètres profonds répartis sur toute la superficie de l'aquifère servant comme point d'eau pour l'échantillonnage des analyses physicochimiques et pour la mesure du niveau piézométrique (réseau de surveillance).
- Délimiter les zones irriguées de la plaine par les eaux de barrage de Boukourdane qui peuvent être considérées comme zone de recharge et déterminer leur qualité et quantité.
- Tenir en compte l'hétérogénéité de la formation de l'aquifère en déterminant la distribution spatiale de la conductivité hydraulique et du coefficient d'emménagement. Pour ce faire on doit développer des codes de calcul qui permettent de traiter le problème inverse (calage) où à partir des données de la géophysique (estimer la conductivité hydraulique à partir des résistivités électriques)
- Faire une recharge de la nappe pour réduire au maximum l'effet du biseau salé, cela peut se faire soit à partir du barrage soit à partir des eaux épurées de la station d'épuration de Chenoua après un traitement tertiaire pour éviter de contaminer la nappe par les différents polluants qui persistent après l'épuration.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

- AL Bitar A.**, Modélisation des écoulements en milieu poreux hétérogènes 2D / 3D, avec couplages surface / souterrain et densitaires. Thèse de Doctorat , Ecole doctorale : science de l'Univers, Espace, Environnement. INP , Toulouse, 2007.
- Alrai P.**, Numerical modelling of possible saltwater intrusion mechanisms in multiple layer coastal aquifer system on the Gulf Thailand. Thèse de docteur ingénieur de l'université de Kassel , Allemagne, 2007.
- Ayme A., 1954.** Etude des terrains néogènes de la cluse du Mazafran (Sahel d'Alger). Bull. Serv. Carte géol. Algérie, Nouv. Ser., n°1, trav. Coll., Fasc. II: 129-150.
- Bear J.** Hydraulics of Groundwater. McGraw-Hill, New York, 569 p., 1979.
- Bear J. & Dagan G., 1964.** Some exact solutions of interface problems by means of the hydrograph method, J. Geophys. Res., 69(8), 1563-1572
- Bear J., Zhou Q., et Bensabat J., 2001.** Three Dimensional Simulation of Seawater Intrusion in Heterogeneous Aquifers, with Application to the Coastal Aquifer of Israel, presented at 1st International Conference on Saltwater Intrusion and Coastal Aquifers Monitoring, Modeling, and Management, Essaouira, Morocco, April 23-25
- Bear J. & Cheng A.-D.,** Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport. Springer, New York, 834 pp., 2010.
- Biver P.**, Etude phénoménologique et numérique de la propagation de polluants miscible dans un milieu à porosité multiple (Application au transport des nitrates dans l'aquifère Crayeux du Crétacé de Hesbaye). Thèse de Doctorat en science appliquée, université de Liège, 1993.
- Bonnet M. & Sauty J.P., 1975.** Un modèle simplifié pour la simulation des nappes avec intrusion saline IAHS—AISH Publication No. 115, Colloque de Bratislava, septembre.1975.
- Bouderbala A. & Remini B., 2014.** Geophysical Approach for Assessment of Seawater Intrusion in the Coastal Aquifer of Wadi Nador (Tipaza, Algeria), *Acta geophysica*, 62(6): 1352-1372
- Bouderbala A.**, Contribution des méthodes hydrochimiques et Géophysiques à l'acquisition de la minéralisation dans les zones côtières- cas de la nappe alluviale de l'Oued Nador (w.Tipaza). Thèse de Doctorat, université Hassiba ben Bouali Chlef, Algérie, 216pages,2015.
- Bouderbala A.**, Contribution à l'étude de l'intrusion marine, cas de la nappe de Nador (Tipaza), Thèse de Magister, Université de Khemis Miliana, Algérie, 103pages, 2007..

- Brooks A.N. & Hughes T.J.R., 1982.** Streamline Upwind Petrov Galerkin formulation for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier - Stokes equations. *Computer methods in applied mechanics and engineering* , Vol 32, pp. 199 – 259.
- Bruce G . H., Peaceman. D.W. et H.H. Rachford Jr., 1953.** Calculation of unsteady state gas flow through porous media. *Petrol. Trans. AIME* 198. pp.74- 92.
- CGG.** Etude géophysique par prospection électrique dans la plaine de Nador, Tipaza, *Rapport*, Compagnie générale de Géophysique, 20pages,1967.
- Cheng A.H.D. & Ouazar D.,** Analytical solution. (Bear.J, Cheng.A.H.D , Sorek.S, Ouazar.D and Herrera.I) Seawater intrusion in coastal aquifers concepts, *Methods and Practices*.Kluwer Academic Publishers, vol 14, p 163-187, 625p, 1999.
- Codina R.,** Comparison of some finite element methods for solving the diffusion-convection-reaction equation. *Comput. Methods. in Applied Mech. and Eng.*, 156:185-210, 1998.
- Comte J.C.,** Apport de la tomographie électrique à la modélisation des écoulements densitaires dans les aquifères côtiers, application a trois contextes climatiques contrastes (Canada, Nouvelle-Calédonie, Sénégal). *Thèse de doctorat de l'université d'Avignon, France*, 198 pages, 2009.
- Cooper H. H., 1959.** A hypothesis concerning the dynamic balance of freshwater and saltwater in the coastal aquifer. *Journal of Geophysical Research*, 64(4): 461–467.
- Debuissou J. & Moussu H. 1967.** Une étude expérimentale de l'intrusion des eaux marines dans une nappe côtière du Sénégal sous l'effet de l'exploitation, *Artificial Recharge and Management of Aquifers*, Haifa Symposium, IAHS publications, 72, 15–44.
- Debuissou J., 1970.** La nappe aquifère du cordon dunaire de Malika (Sénégal), *Bulletin du BRGM*, 2e sér., sec. III, n°3, 148–161.
- De Marsily G.,** Cours d'hydrogéologie, université de Pierre Marie Curie Paris VI, 266pp, 2004.
- Djabri L., Hani A., Guasmi I., Lamouroux Ch., et Pulido Bosch A., 2006.** Salinité des eaux d'un système : lac et nappe côtière. *Publicaciones del instituto geologico y minero de espana. Série hydrogeologia y aguas subterraneas N° 17* : 275 – 286, Madrid
- Dierch H.-J.G.,** FEFLOW , Reference manual. DHI- WASY software. Berlin , 2005.
- Essaid H. I., 1990a.** A multilayered sharp interface model of coupled freshwater and saltwater flow in coastal systems: model development and application, *Water Resour. Res.*, 26(7), 1431-1454

- Essaid H. I., 1990b.** The computer model SHARP, a quasi three-dimensional finite difference model to simulate fresh water and saltwater flow in layered coastal aquifer systems, U.S. Geological Survey Water Resources Investigations Report 90-4130, 130p.
- Esterella T.R** Decisive influence of neotectonics on the water connection between the méditerrananean sea, mar menor and the Campo de Cartagena aquifers (South-East of Spain). 18 SWIM Cartagena 2004, Spain. (Ed. Araguás, Custodio and Manzano). IGME
- Fergani A. & Challal R.,** Etude hydrogéologique de la nappe alluviale de l'Oued Nador (W.Tipaza).Mémoire de fin d'études, USTHB, département de Géologie, 2007.
- Fillion E., David. A. et Lachassagne P., 1996.** Modélisation cde la nappe de Tébouba (Tunisie). Simulation des phases de recharge artificielle, étude des intrusions salines depuis sebkra et la mer- Rapport BRGM R39069 DR/HGT 96, p.36
- Franca L.P. & Valentin F., 2001.** On an improved unusual stabilized finite element method for the advection reactive-diffusive equation. Comput. Methods. in Applied Mech. and Eng., 190:1785-1800.
- Freeze, R. A., 1971.** Three-dimensional, transient saturated-unsaturated flow in a groundwater basin. Water Resources Research, Vol. 7, No. 2, pp.347- 366.
- Freeze R, A. & Witherspoon. P. A., 1966.** Theoretical analysis of regional groundwater flow; 1. Analytical and numerical solutions to the mathematical model. Water Resources Research, Vol. 2, pp.641- 656.
- Garza, S., 1982.** Projected effects of proposed salinity control projects on shallow groundwater, U.S. Geol. Surv., Open File Rep. 82-908, 46pp
- Giménez Forcada E., 2008.** Caracrerizacion hidrogeoquimica de los procesos de salinizacion en el acuífero detritico costero de la plana de Castellon (España). Agua, Cultura y Medio Ambiente, España. ISBN: 978-84-612-3503-2, 440pages.
- Glangeaud L., 1952.** Etude géologique de la région littorale de la province d'Alger, *Thèse Sciences, Paris et Bull. Serv. Carte géol. Algérie, Ser., n°2, Start n° 8.*
- Oude Essink G.H.P., 2001.** Density Dependent Groundwater Flow Salt Water Intrusion and Heat Transport KHTP/GWM II Hydrological Transport Processes/Groundwater Modelling II L3041/L4019, March.
- Guo W.. & Langevin C.D., 2002.** User's Guide to SEAWAT: A Computer Program for Simulation of Three-Dimensional Variable-Density Ground-Water Flow. U.S.Geological Survey, 77pp.
- Hachemi A.,** Modélisation numérique des écoulements dans les barrages en terre, thèse de Magister, Université Hassiba Ben Bouali, 2000.

Hassan. A. Numerical modeling of seawater-fresh groundwater relationships in the Selçuk Sub-Basin, İzmir-Turkey . Thèse de Master en science, Université technique de Moyen orient 67 p , 2004.

Heinrich J.C, Huyakorn P.S , Zienkewisch O.C. et Mitchel A.R., 1977. An Upwind finite element scheme for two dimensional convective transport equation, International journal for numerical methods in engineering, vol . 11, pp 131 -143.

Hillel D., L'eau et le sol : principes et processus physique. Ed Vander, Bruxelles, 288p, 1988.

Holzbecher E., Modeling density-driven flow in porous media, Principles, numerics, software, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 286 p., 1998.

Humbert P., 1984. Application de la méthode des éléments finis aux écoulements en milieu poreux Bulletin, liaison Laboratoire des Ponts et Chaussées. 132 juil.-août, 37pp.

Huyakorn P.S. & Pinder G.F., 1977. A pressure-enthalpy finite difference model for simulating hydrothermal reservoirs, 2nd Int. Symp. on Computer Meth. for Part. Diff. Eq. Lehigh Univ.Bethlehem, Pa., June 22-24.

Huyakorn P.S, Wu Y.S. et Park N.S., 1996. Multiphase approach to the numerical solution of a sharp interface saltwater intrusion problem. Water Resources Research.v.32, no,1, pp.93-102

Huyakorn P.s, Park N.S., WU Y.S. et Panday S., SIMLAS saltwater – Intrusion Model for Layered Aquifer System (Version 1.3), Documentation and User's guide. Hydrogeologic, INC. Florida, 167pp, 1993

Istok J., Groundwater Modeling by the Finite Element Method. American Geophysical union, water resource monograph 13 USA, 495 pp, 1989

Keys W.S., *Borehole geophysics applied to groundwater investigations*, National Water Well Association. Ward, 1990

Kirsch R., Groundwater geophysics, a tool for hydrogeology, 2ed Ed, Springer , 548 pages, 2009.

Lakfifi L., Larabi A., Bzioui M., Benbiba M. et Lahmouri A., 2004. "Regional model for seawater intrusion in the Chaouia coastal aquifer (Morocco)", Proceeding of the 18th Salt Water Intrusion Meeting, Cartagena (Spain).

Larabi A., De Smed F. et Tanarhte M., 1997. Modeling saltwater intrusion by the finite element Method. Hydrochemistry (proceeding of the Rabat Symposium , April 1997) IAHS Publ.n°244.

- Lecca, G.**, Implementation and testing of the CODESA-3D model for density dependent flow and transport problems in porous media. Centre for advanced studies, Research and development in Sardinia, Italia. 2000.
- Ledoux E.**, Modèles mathématiques en hydrogéologie Centre d'Informatique Géologique, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 133p, 2003.
- Mesbah M.**, Contribution à l'étude hydrogéologique de la basse vallée de l'Oued Nador, Tipaza. Thèse de Doctorat 3^e cycle, USTHB, Alger, Algérie, 236pages, 1981.
- Mansour H., Nadji A., Oukrache M. F et Zerouali I., 2012.** Impact du contexte géostructural et du biseau salé sur la contamination des aquifères côtiers oranais (Algérie nord-occidentale). Bulletin du Service Géologique National-Algérie, Volume 23, n°2 Mai, pp 156 – 168.
- Neuman S.P., 1973.** Saturated- unsaturated seepage by finite elements. Journal of the hydraulics division, Vol 99, 12.
- Pinder G. F. & Page R. H., 1977.** Finite element simulation of saltwater intrusion on the south fork of Long Island, First International Conference on Finite Elements in Water Resources, Pentech, London, 2.51-2.69 pp
- Price H. S., Cavendish J. C. et Varga R.A., 1968.** Numerical methods of higher order accuracy for diffusion convection equations. Society of Petroleum Engineers Journal, pp.293-303.
- Reeves M. & Duguid J.O.,** Water Movement Through Saturated-Unsaturated Porous Media: a Finite-Element Galerkin Model OAK RIDGE NATIONAL LABORATORY Library USA, 236pp, 1975
- Sinan M. & Razack M., 2006.** Estimation of the transmissivity field of a heterogeneous alluvial aquifer using transverse resistance. Application to the Haouz groundwater (Morocco), *J. Water Sci.*, 19, 3: 221-232.
- Sorek. S., Borisov. V.S. et Yakirevich. A., 2001.** A two dimensional areal model for density dependent flow regime. Transport in porous media 43: 87- 105
- Sorey, M.L.,** Numerical modeling of liquid geothermal systems, U.S. Geological Survey Prof. Pap. 16044 -D, 1978.
- Smith I.M., Griffith D.V.** Programming the finite element method. Jhon Wiley & Son, Second edition, USA, 445p, 1988.
- Stuyfzand, P.J., 1993.** Hydrochemistry and hydrology of the coastal dune area of the Western Netherlands, Ph.D. thesis, Vrije Universiteit Amsterdam, The Netherlands, 366 pp.

- Taibi Y. et Hamadache S., 1992.** Contribution à l'étude hydrogéologique de la basse vallée de l'oued Nador- Tipaza. Mémoire de fin d'études, USTHB, Alger, Algérie. 150pages.
- Thiery D., 2004.** Saltwater intrusion modeling with an efficient multiphase approach: Theory and several field applications 18 SWIM. Cartagena, Spain. (Ed . Araguás, Custodio and Manzano). IGME
- Tifour Y., 2000.** Intrusion des eaux salées dans les eaux douces dans les nappes côtières. Approches hydrodynamiques, exemple du champ de captage de Tipaza. Thèse de Magister de l'université de Blida, 122pages.
- Todd. D.K et Mays. L.W.** Ground water hydrology. 3ème edition, Jhon Wiley & Son. Inc., 636p, 2005.
- Toubal, A. C., 1998.** Approche géophysique des problèmes d'hydrodynamique et d'invasion marine en milieu souterrain. Exemple des plaines d'Annaba, de la Mitidja et de la baie d'Alger. Thèse de Doctorat, USTHB/Alger.
- Tezduyar, T.E. and Park, Y.J., 1986.** Discontinuity Capturing Finite Element Formulations for Nonlinear Convection-Diffusion-Reaction Problems. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, **59**, pp. 307–325,
- Vauclin. M., Khanji D. et Vachaud G., 1979.** Experimental and Numerical Study of a Transient, Two-Dimensional, Unsaturated-Saturated Water Table Recharge Problem, *Water Resources Research*, vol. 15, 5.
- Van Dam, J.C. & Meulankamp, J.J., 1967.** Some results of the geoelectrical resistivity method in ground water investigations in the Netherlands, *Geophysical Prospecting*, 92–115.
- Voss C. I., 1984.** SUTRA, a finite element simulation for saturated-unsaturated fluid Density-dependant groundwater flow with energy transport or chemically reactive single species solute transport. U.S.G.S. Water-Resources Investigations Report 84:4369:409.
- Wang H.B. & Anderson M.P.** Introduction to groundwater modeling Finite difference and Finite element methods, Academic Press USA, 237pp, 1982
- Ward S.H., 1990.** Geotechnical and environmental geophysics, *SEG Investigations in Geophysics*, n°5.
- Weast R.C.,** Handbook of Chemistry and Physics, 63 rd ed., pp. D261, CRC Press, Boca Raton, Fla., 1982.
- Zohdy A.A.R., 1969.** The use of Schlumberger and equatorial soundings on ground water Investigation near El Paso, Texas, *Geophysics*, 34, 713–728.

Zienkiewicz O. C., Meyer P. et Cheung Y.K., 1966. Solution of anisotropic seepage Problems by finite elements. Proceedings American Society of Civil Engineers, Vol. 92 EMI, pp. 111 - 120.

Zienkiewicz O. C. & Parekh C. J., 1970. Transient field problems: two- dimensional and three- dimensional analysis by isoparametric finite elements. International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 2, pp.61- 71.

ANNEXES

Annexe 1

Points d'eau utilisés et leurs coordonnées

N° BIRH	type	COORDONNEES		
		X (Km)	Y (Km)	Zrr (m)
W040-199	Puits	470,376	362,468	79.811
W040-198	Puits	470,859	362,622	61.695
W040-200	Puits	471,439	362,049	79.989
W040-191	Forage	472,199	362,999	40.482
W040-149	Puits	472,940	362,662	33.192
W040-184	Puits	473,252	364,003	39.995
W040-193	Puits	472,958	363,476	36.184
W040-143	Puits	474,153	363,499	19.326
W040-146	Puits	473,693	362,508	73.748
W040-134	Puits	474,616	363,994	14.895
W040-CRF	Puits	475,500	365,499	3.816
W040-133	Puits	474,817	363,805	30.069
W040-142	Puits	475,460	364,600	12.787
W040-127B	Puits	476,209	365,474	8.176
W040-13	Puits	476,162	365,670	4.069
W040-153B	Puits	475,238	365,261	6.456
W040-161B	Puits	474,361	366,632	7.345
W040-148	Point pont	473,356	363,338	23.152
F4	forage	473,851	363,775	
F7	forage	474,201	364,184	
F5	forage	474,346	364,261	
F3	forage	474,653	364,873	
F6	forage	474,985	365,034	
F2	forage	474,982	365,471	
F1	forage	474,758	365,423	

Annexe 2

Niveau piézométrique au niveau des points d'eau

n° puits	Niveau piézométrique (m)					
	Avr. 2003	Sep. 2003	Avr. 2004	Sep. 2004	Avr. 2005	Sep. 2005
W040-199	12.5	13.8	11.80	13.00	11.97	11.60
W040-198	2.5	3.1	1.20	2.80	1.10	2.30
W040-200	26.1	27.7	25.90	27.50	25.80	26.00
W040-191	5.6	7.2	5.10	6.80	5.5	7.1
W040-149	13.5	14.6	13.30	14.50	12.95	13.20
W040-184	11.1	11.6	11.80	10.50	11.1	11.9
W040-193	7.6	8.4	7.40	8.10	6.52	7.80
W040-143	7.1	7.5	7.22	7.60	6.10	6.00
W040-146	20.2	21.1	19.50	20.10	21.20	20.00
W040-134	9.2	9.6	9.02	9.40	7.37	7.90
W040-CRF	3.9	4.1	3.80	4.10	3.82	4.00
W040-133	8.1	8.9	8.25	7.80	7.80	9.90
W040-142	2.1	2.6	2.00	2.90	1.75	2.30
W040-127B	3	3.9	3.00	5.50	2.93	3.50
W040-13	3.5	4.2	3.33	4.10	4.30	4.20
W040-153B	3.9	4.8	3.60	4.90	3.28	5.00
W040-161B	8.2	8.9	7.00	8.80	8.30	9.20
W040-148	10.1	10.2	10.20	10.40	10.05	10.00
n° puits	Avr. 2006	Sep. 2006	Avr. 2007	Sep.2007	Avr.2008	Sep. 2008
W040-199	12.2	12.8	12	12.5	11.8	12.4
W040-198	2.1	2.7	1.8	2.1	1.7	2
W040-200	26.1	26.8	25.1	25.6	24.2	24.8
W040-191	6.2	6.9	5.7	6.3	5.2	5.8
W040-149	13.2	13.7	12.8	13.4	12.4	13
W040-184	11.6	12.9	11.4	12	11.1	11.7
W040-193	6.8	7.5	6.2	6.8	5.6	5.3
W040-143	6.7	7.3	5.8	6.4	4.8	5.5
W040-146	20.4	21.1	18.6	19.1	16.8	17.5
W040-134	7.7	8.4	7.4	8	7.1	7.5
W040-CRF	3.9	4.1	3.9	4.5	3.8	4.2
W040-133	8	8.9	7.8	8.6	7.6	8.3
W040-142	2.2	2.6	2.5	3	3.2	3.6
W040-127B	3.1	3.6	3	3.6	2.9	3.5
W040-13	3.5	4.4	3.4	4.2	3.3	3.8
W040-153B	3.4	4.2	3.6	4.3	3.7	4.2
W040-161B	8	8.6	7.5	8.1	6.9	7.2
W040-148	10.2	10.3	10.1	10.3	10.2	10.2

Suite de l'annexe 2

n° puit	Avr. 2009	Sep. 2009	Avr. 2010	Sep. 2010	Avr. 2011	Sep. 2011
W040-199	11.6	11.9	11.6	11.8	11.4	10.6
W040-198	1.4	1.9	1.5	1.8	1.3	1.9
W040-200	23.2	25.1	21.3	21.5	20.95	21.8
W040-191	4.7	5.2	4.6	4.8	4.1	4.8
W040-149	12	12.2	12.1	12.5	11.7	10.5
W040-184	10.9	11.2	10.9	11.3	10.7	11.5
W040-193	5.1	5.5	3.9	4	3.8	3.9
W040-143	3.9	4.1	4.05	3.95	3.6	3.6
W040-146	14.9	15.2	14.95	15.3	15.8	13.6
W040-134	6.8	7.1	6.8	7	7.5	7.7
W040-CRF	3.8	4	3.7	3.9	3.5	3.6
W040-133	7.4	8.2	5.3	5.8	5.95	5.8
W040-142	3.5	3.9	3.6	3.7	4.2	4.8
W040-127B	2.8	3.1	2.4	2.3	2.1	2.5
W040-13	3.1	3.3	3.3	3.4	3.6	3.5
W040-153B	4.1	4.2	3.6	3.7	3.2	4.5
W040-161B	6.3	6.5	6.4	6.55	6.85	6.9
W040-148	10.2	10.1	10.15	10.2	10.14	10.15
n° puits	Avr. 2012	Sep. 2012				
W040-199	11.3	10.5				
W040-198	1.5	2				
W040-200	20.8	20				
W040-191	4.3	4.2				
W040-149	11.6	11.1				
W040-184	10.6	10.3				
W040-193	4	3.9				
W040-143	3.1	2.5				
W040-146	15.3	15				
W040-134	6.3	6.1				
W040-CRF	3.5	3.2				
W040-133	4.2	3.9				
W040-142	3.5	3.2				
W040-127B	2.2	2				
W040-13	3.3	3.2				
W040-153B	3.4	3				
W040-161B	6.4	6.2				
W040-148	10.15	10.1				

Annexe 3

Données d'analyse physico-chimique des eaux souterraine de la nappe côtière de l'Oued Nador (2011)

N° de puits	CE	R.Sec	pH	NO ₃ ⁻	HCO ₃ ⁻	SO ₄ ²⁻	Cl ⁻	Na ⁺	Mg ²⁺	Ca ²⁺	K ⁺
	(us/cm)	(mg/l)		(mg/l)	(mg/l)	(mg/l)	(mg/l)	(mg/l)	(mg/l)	(mg/l)	(mg/l)
P200	2295	1605	7.9	58	420	195	215	155	28	152	7.82
P198	1945	1335	7.8	16	442	205	255	215	30	118	7.82
F191	2015	1350	7.2	19	475	158	235	185	25	165	7.82
P148	1942.5	1290	7.5	17	326	165	210	185	27	106	3.91
P149	1845	1245	7.3	15	310	159	200	175	30	100	3.91
P184	1918	1290	7.15	19	480	155	225	195	36	148	11.73
P193	2045	1405	7.15	18	340	158	280	185	45	125	7.82
P143	2095	1385	7.1	15	405	175	230	140	50	179	3.91
P146	2370	1575	7.15	20	390	170	255	145	75	145	3.91
P147	2105	1395	7.8	50	485	175	240	135	55	205	0
P134	2445	1665	7.1	19	460	205	270	147	80	165	7.82
P133	2395	1595	7.2	18	410	195	275	155	56	168	3.91
P33	1755	1175	7.8	28	350	390	230	165	55	205	0
P32	1815	1215	7.9	25	360	405	215	175	55	199	0
P142	2275	1535	7.25	27	465	240	485	335	60	155	3.91
P153	4645	3205	7.9	15	605	545	2035	1345	250	125	7.82
P153B	4710	3245	7.9	17	615	501	1945	1285	225	135	3.91
P127B	3322	2295	7.8	30	455	405	1540	945	155	160	3.91
P127	3345	2315	8	40	460	345	1545	1020	145	155	3.91
P13	3595	2415	7.6	35	530	340	1560	1015	105	195	11.73
CRF	5060	3395	7.9	40	565	405	2585	1790	135	199	7.82
P161	6025	4055	7.8	55	600	534	2625	1810	145	180	7.82
P161B	5925	4050	7.8	57	585	530	2635	1805	158	190	7.82
eau de mer	49610	-	8	0.3	149	3280	18700	12000	473	408	340
max	6025	4055	8	58	615	545	2635	1810	250	205	11.73
min	1755	1175	7.1	15	310	155	200	135	25	100	0
moy	2951.63	2001.52	7.56522	28.3913	457.957	293.696	882.174	595.957	88.0435	159.739	5.61