

# MODELES MATHEMATIQUES POUR LA DESCRIPTION DE LA SALURE ET DE L'ALCALISATION DES SOLS DU SUD MAROCAIN. (\*)

par MD. BELHAJ, C. CHIANG

Institut Agronomique et Vétérinaire Hassan II, Rabat, Maroc.

R. FRANKART et H. LAUDELOUT,

Faculté des Sciences Agronomiques, Université de Louvain (Belgique).

## I. INTRODUCTION.

Le développement de l'agriculture dans les régions favorisées par le soleil et les réserves en éléments minéraux du sol pose le problème de l'élimination des sels apportés par l'eau d'irrigation.

Même dans le cas où les sols naturellement salés ne constituent qu'une curiosité pédologique, il existe une très grande surface de sols « salables » si la conduite de l'irrigation ne se fait pas avec l'attention voulue au problème de concentration du sel dans la couche arable par les phénomènes d'évapo-transpiration. Il est évident que si, d'une part, aucun problème de drainage ne se posait et que, d'autre part, des quantités illimitées d'eau étaient disponibles le problème de la salure n'aurait pas l'importance qu'on lui connaît. Mais non seulement l'évacuation de l'eau de drainage présente souvent des problèmes et les quantités d'eau sont limitées mais encore le passage de l'eau d'irrigation à travers le profil peut induire des modifications de la composition des cations compensant les charges négatives des colloïdes du sol.

Le problème de l'effet de l'irrigation sur la salure se pose donc sous l'angle des phénomènes de salage et désalage et sous l'angle des phénomènes d'alcalisation (ou sodication) du profil. Le but de cette note est de montrer que des techniques de calcul très simples permettent d'optimiser les apports d'eau étant donné certaines contraintes naturelles comme la composition de l'eau, les propriétés du sol et la physiologie de la plante cultivée ou économiques comme le prix de l'eau et du fonctionnement des systèmes d'apport et d'évacuation.

Nous nous limiterons dans cet exposé au cas du mouvement des sels sous l'effet d'un flux d'eau en régime permanent, il existe de nombreux travaux

---

(\*) Programme de collaboration universitaire subventionnée par l'A.G.C.D. (Ministère des Affaires Etrangères).

décrivant quantitativement le mouvement de l'eau en milieu non saturé, leur utilisation sortirait du cadre volontairement limité que nous avons voulu donner à cet exposé.

## II. MATERIEL ET METHODES.

### 1. LES SOLS ÉTUDIÉS.

Dans le sud du Maroc, aux conditions climatiques de caractère xérique (pluviosité moyenne annuelle comprise entre 80 et 50 mm; températures moyennes saisonnières situées entre 12 et 32 °C) les Oueds Draa et Ziz ont développé dans leurs sections avales de larges plaines alluviales soumises à des aménagements hydro-agricoles mettant en oeuvre une technicité faible (rhattara, aménagement traditionnel) ou élevée (barrage de retenue, stations, de pompage, de contrôle, canaux d'adduction, etc...).

Les eaux nécessaires au programme de développement sont fournies par les eaux de crues (naturelles ou artificielles), et par celles puisées dans la nappe phréatique. Leurs qualités sont très variables: les eaux de crue contiennent outre la matière organique et des particules minérales 0,2 à 0,5 g de sels/l, tandis que la concentration en sels de la nappe varie de 0,8 à 15 g/l. On assiste actuellement dans certains périmètres et plus particulièrement dans ceux confinés aux sections avales à une extension notable des phénomènes de salinisation, entraînant dans certains cas l'abandon des parcelles. Ce fait est particulièrement significatif dans les palmeraies KTAOUA et M'HAMID de la vallée du Drâa.

L'abaissement de la nappe phréatique et son degré de salinisation, l'insuffisance des eaux de crue paraissent en être les éléments inducteurs.

Il s'agit de sols d'apport fluvial et d'irrigation peu ou pas différenciés, remaniés en surface, fréquemment stratifiés, riches en limon (2-50 $\mu$ ). Les matériaux limoneux (loam) reposant parfois sur des strates sableuses sont les mieux représentés et des liserés de graviers fluviaux n'y sont pas rares. Dans les calans, les profils sont du type ApCa-Cca; la teneur en CaCO<sub>3</sub> est élevée dans tout le profil (>10%) et se présente sous forme de ponctuations ou de mycelliums. Dans les périmètres soustraits à l'irrigation, la surface du sol montre une structure « pseudo-columnaire » à tête arrondie, dont les éléments sont séparés par des fentes de dessiccation.

La tête de la colonne, qui constitue souvent la zone d'accumulation maximale des sels présente une structure feuilletée, instable.

La majorité des sols peuvent être rangés parmi les sols salés, (solontchaks), sols salins à efflorescence saline (classification française), aridisols (classification américaine).

TABLEAU 2 - Teneur en sels solubles (extrait de pâte saturée).

N° Ech.	Conductivité mm/cm			pH			Cations			Sels solubles (meq/l Anions)					mls eau ajoutés		
	SP	1/1	1/5	SP	1/1	1/5	Ca	Mg	K	Na	Σ	CO <sub>3</sub> --	CO <sub>3</sub> H-	CL-	SO <sub>4</sub> --	Σ	100 g
p172	94.55	8.70		6.70		8.15	509	404	9	638	1560	0.0	1	1394	55	1450	33.0
173	70.32	4.57		7.20		8.45	206	300	6	524	1036	0.0	1	901	98	1000	35.0
174	16.89	2.61		7.60		8.70	24	48	1	146	219	0.0	1	97	115	213	45.0
175	14.21	1.58		7.25		8.95	25	36	1	122	184	0.0	1	61	113	175	45.0
176	8.68	1.47		7.55		9.20	23	34	1	120	178	0.0	1	60	110	171	54.0
177	9.83	1.76		7.50		8.95	26	44	1	127	198	0.0	1	81	109	191	50.0

Les propriétés physiques, chimiques d'un profil type de la palmeraie KTAOUA soustrait à l'irrigation depuis 4 ans sont rapportées aux tableaux 1 et 2. De l'examen des tableaux analytiques il découle que:

1. la salinité est maximum en surface où elle peut atteindre de très hautes valeurs.

Les pulsations du front de salinisation y sont essentiellement liées aux pluies saisonnières.

2. La salinité décroît progressivement avec la profondeur tout en restant élevée (8-10 mmhO/cm à 25 °C vers 100 cm.

3. Les pH sur l'extrait de pâte saturée sont inférieurs à 8 tandis que dans l'extrait 1/5, ils s'inscrivent entre 8 et 9.

4. Dans les horizons superficiels le calcium échangeable l'emporte sur le magnésium tandis qu'en profondeur ils sont également représentés; le sodium représente plus de 25% de la garniture cationique en surface, plus de 15% en profondeur.

5. La teneur en CaCO<sub>3</sub> est relativement homogène dans le profil.

6. Parmi les sels solubles de l'extrait de pâte saturée, le Na<sup>+</sup> est le cation le mieux représenté, le magnésium l'emportant sur le calcium tandis que parmi les anions ce sont les chlorures qui dominent dans les horizons superficiels et les sulfates en profondeur.

## 2. MÉTHODES NUMÉRIQUES.

Les méthodes numériques employées correspondent à la formulation sous forme d'une équation aux différences finies de l'équation de diffusion avec convection:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x}$$

Où C est la concentration de la solution saline transportée à travers le profil de porosité remplie d'eau O à une vitesse  $v = V/I$  où V est la vitesse apparente d'infiltration supposée constante. Si l'eau d'irrigation déplaçait la solution du sol sans s'y mélanger le coefficient D représenterait la diffusion moléculaire à la limite entre les solutions déplaçantes et déplacées, la tortuosité du système poreux fait que ce terme représente également le degré de mélange entre les solutions déplaçante et déplacée. Nous ne mentionnerons l'existence des solutions analytiques de l'équation que pour dire qu'elles ne peuvent s'obtenir que pour des conditions aux limites particulièrement

simples et ne se prêtent que malaisément ou pas du tout à la description quantitative des phénomènes d'échange ionique. Les choix des valeurs des incréments d'espace et de temps ainsi que le leur rapport peut se faire de façon telle que l'équation aux différences finies approximant l'équation aux dérivées partielles prennent une forme particulièrement simple.

C'est ainsi que si l'on choisit  $K$  l'incrément fini du temps et  $h$  l'incrément fini de distance de façon à avoir:

$$2\alpha k = h^2$$

où le nombre  $\alpha = D/vL$  où  $L$  est la profondeur du profil et en outre  $h = 2 <$  ce qui donne  $k = h$ ; l'équation aux différences finies prend la forme:

$$C_{i,j} = \frac{1}{2} [C_{i-1,j} + C_{i,j-1}]$$

où  $C_{i,j}$  représente la valeur de  $C$  à  $ih$  et  $jk$ .

Certains travaux ont utilisé cette formulation en tentant de lui donner un sens physique au lieu de sa simple signification numérique. C'est ainsi que l'on a justifié cette formule en supposant que la couche du profil indiquée contenait une solution de concentration  $C_{i,j-1}$  tandis que la couche immédiatement supérieure contient une solution de concentration  $C_{i,j}$ ; à l'intervalle de temps considéré  $j$  la concentration résultante du mélange des deux solutions est égale à leur moyenne arithmétique.

Ceci s'expliquerait par le fait que le mouvement des solutions dans le sol se ferait par remplissage d'une couche donnée jusqu'à la valeur de saturation  $SP_i$  de cette couche à partir de la solution contenue dans la tranche supérieure, il y aurait ensuite drainage jusqu'à la capacité en champ  $CC_i$  et l'équation de la conservation de la quantité de sel permettrait d'écrire:

$$C_{i,j} \cdot SP_i = C_{i-1,j} (SP_i - CC_i) + C_{i,j-1} CC_i$$

ou

$$C_{i,j} = \left(1 - \frac{CC_i}{SP_i}\right) C_{i-1,j} + \frac{CC_i}{SP_i} \cdot C_{i,j-1}$$

Comme on a souvent dans la pratique  $SP_i \approx 2 CC_i$  on retrouve ainsi la relation numérique indiquée.

D'assez nombreuses publications ont paru jusqu'il y a peu de temps utilisant ce concept dont le seul avantage nous semble être une visualisation plus aisée du processus numérique.

C'est ainsi que l'on peut facilement admettre qu'il soit inutile de calculer la totalité des teneurs de la matrice  $C_{i,j}$  puisque l'on voit qu'après qu'un

certain volume de solution a traversé une couche la concentration ne varie plus. Un programme de calcul particulièrement simple dû à BRESLER (1967) suppose que le passage de la solution déplaçante ne cause plus de modification lorsqu'un volume égal à deux fois la porosité totale de la couche a été déplacé. Une illustration de l'utilisation de ce modèle sera donnée ci-dessous. Le problème du calcul numérique des modifications induites par le passage de l'eau d'irrigation sur la composition des cations échangeables du sol peut se faire par l'emploi conjugué d'un programme de calcul numérique de l'équation aux dérivées partielles et d'une sous-routine destinée à réajuster les valeurs des concentrations compte tenu des réactions d'échange ionique. Le principe de la méthode peut être le suivant:

Considérons le cas d'un sol dont la capacité d'échange des cations est B (mE/g) placé dans une colonne de longueur L où un flux d'une solution de NaCl de concentration  $c_0$  le traverse à une vitesse par rapport au système poreux  $v$ , si dans la colonne à saturation le rapport sol/eau vaut  $\beta$  (g sol par litre d'eau) on peut définir un nombre R:

$$R = \frac{B\beta}{c_0}$$

Si au temps 0, toutes les charges du sol sont compensées par des ions  $Ca^{++}$ , le passage de la solution de NaCl va causer un échange Na-Ca qui va modifier la fraction ionique équivalente du Ca dans la solution (X) et sa fraction de la capacité d'échange (Y), la modification s'exprimant par Z en grandeur et en signe. On a entre les plans  $x$  et  $x + \Delta x$  pour la variation de la quantité de calcium présente:

$$\frac{\partial}{\partial t} (X + RY) \Delta x = - D \frac{\partial X}{\partial x} + vX \text{ (flux à l'entrée) } -$$

$$- \left[ - D \frac{\partial}{\partial x} (X - Z.R.) + v (X - Z.R.) \right] \text{ (flux à la sortie) }$$

soit:

$$\frac{\partial X}{\partial t} + R \frac{\partial Y}{\partial t} = D \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - v \frac{\partial X}{\partial x} - DR \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + vR \frac{\partial Z}{\partial x}$$

ou sous forme d'une équation aux différences finies:

$$\begin{aligned}
 X_{i,j} - X_{i,j-1} + R(Y_{i,j} - Y_{i,j-1}) &= \frac{DK}{h^2} \{X_{i+1,j} - 2X_{i,j} + X_{i-1,j}\} - \\
 - \frac{K}{2h} \{X_{i+1,j} - X_{i-1,j}\} &- \frac{DKR}{h^2} (Z_{i+1,j} - 2Z_{i,j} + Z_{i-1,j}) + \\
 + \frac{vRK}{2h} (Z_{i+1,j} - Z_{i-1,j})
 \end{aligned}$$

En choisissant des variables réduites définies par:

$$\alpha = \frac{D}{vL}, \quad \tau = \frac{vt}{L}, \quad X = \frac{x}{L}$$

Les différences de temps et d'espace réduits  $K$  et  $h$  (pour lesquels nous gardons les mêmes symboles) seront choisis de façon à ce que  $2\alpha k = h^2$ . En outre, puisque  $\tau$  est toujours pratiquement 1 on peut prendre  $h = 2\alpha$ .

D'où:

$$2X_{i,j} + R(Y_{i,j} - Y_{i,j-1}) = X_{i,j-1} + X_{i-1,j} + R(Z_{i,j} - Z_{i-1,j})$$

et:

$$X_{i,j} = \frac{1}{2} \{X_{i,j-1} + X_{i-1,j}\} - \frac{R}{2} Z_{i-1,j}$$

puisque:

$$Y_{i,j} = Y_{i,j-1} + Z_{i,j}$$

Le problème se ramène donc à trouver la quantité  $Z$  laquelle correspond au déplacement de l'équilibre d'échange ionique supposé instantané.

Le calcul de  $Z$  peut se faire de la façon suivante:

Pour l'échange Na-Ca qui nous occupe et avec les mêmes symboles que précédemment on peut définir la constante de sélectivité par:

$$K_e = f(Y, X) = 2c_o \frac{Y (1-X)^2}{X (1-Y)^2} \cdot \frac{\gamma^2 \text{Na}^+}{\gamma \text{Ca}^{++}}$$

où les  $\gamma$  se rapportent aux coefficients d'activité en solution.

La constante thermodynamique d'équilibre vaut:

$$K = K_e f_{\text{Ca}} / f_{\text{Na}}^2$$

où les  $f$  se rapportent aux coefficients d'activité des ions dans la phase de surface.

On sait que le coefficient d'activité d'un ion peut être exprimé sous forme d'une série de puissances de la fraction équivalente d'un autre ion pour un échange entre cations uni-et divalents, il faut un polynôme du 3<sup>me</sup> degré et l'on aura donc:

$$f(X, Y, c_o) = 2c_o \frac{Y (1-X)^2 \gamma^2}{(1-Y)^2 \gamma_{++}} - (a + bY + cY^2 + dY^3) = 0$$

Si  $X$  et  $Y$  ne sont pas des valeurs d'équilibre, il faut augmenter  $y$  d'une quantité  $Z$  pour que l'équation ci-dessus se vérifie.

$Z$  est donc une racine de:

$$f(X - Z.R.), (Y + Z), C_o) = 0$$

Une méthode numérique peut donner  $Z$  lorsque  $c_o$  et les valeurs initiales  $X$  et  $Y$  sont connues. La valeur de  $X_{i,j}$  calculée à partir de la formule:

$$X_{i,j} = \frac{1}{2} (X_{i,j-1} + X_{i-1,j})$$

est corrigée d'après la valeur de  $Z$  obtenue.

Au pas suivant la valeur corrigée de  $X$  de même que la nouvelle valeur de  $Y$  sont introduites dans la nouvelle formule pour calculer  $X_{i+1,j}$  de même que dans la méthode numérique calculant le déplacement de l'équilibre.



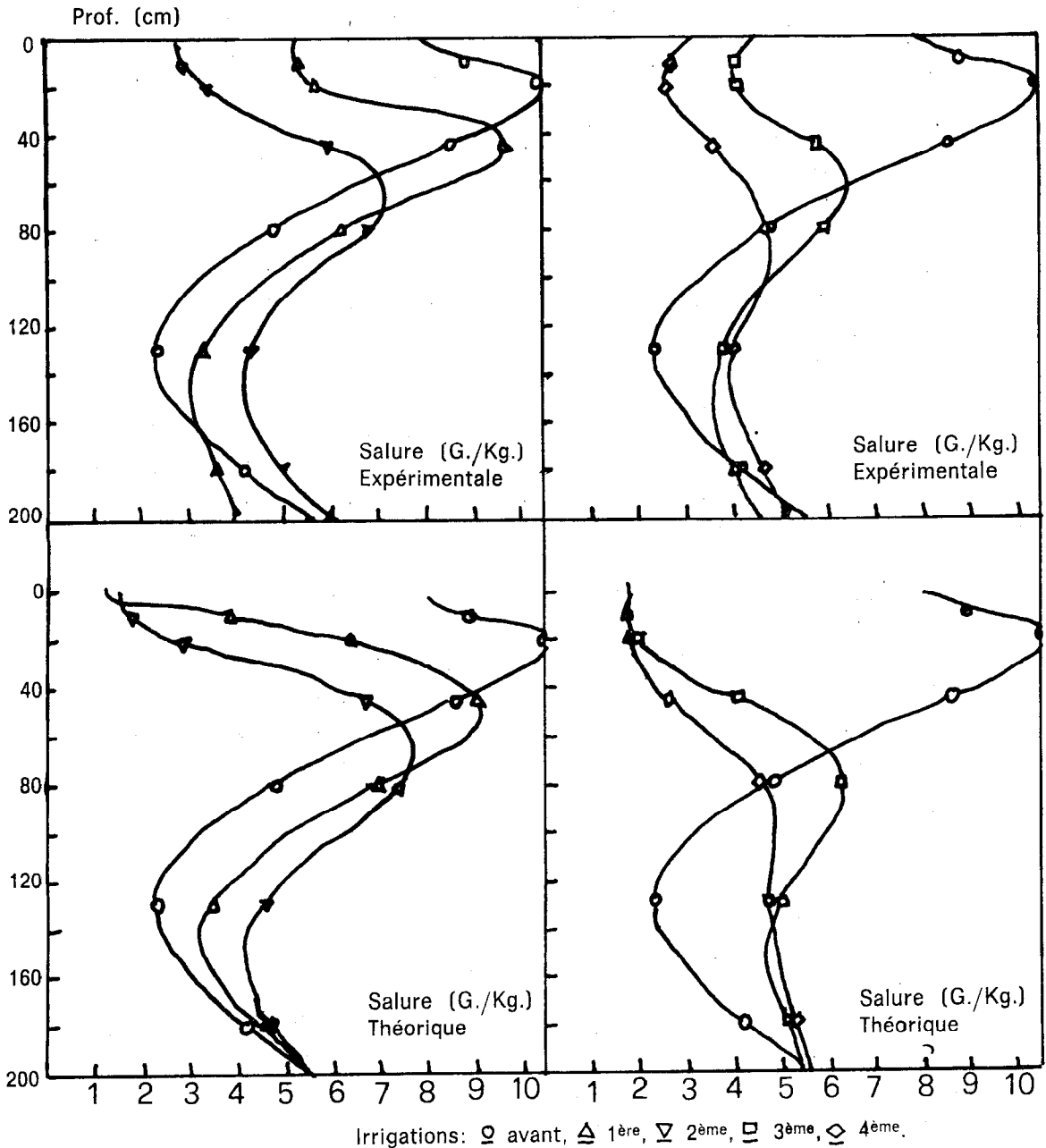


Figure 1 — Comparaison du profil expérimental (haut) et théorique (bas) de la salure avant irrigations et après une et deux (gauche) ou trois et quatre (droite) irrigations.

### III. RESULTATS.

Le modèle numérique très simple discuté ci-dessus nous a permis de calculer l'évolution de la salure dans des sols du Sud Marocain au cours d'une expérience de dessalage effectuée à Sidi Boubker à 5 km au Nord de Rissani. Les agriculteurs y avaient salé leurs terres en utilisant pour l'irrigation de l'eau de la nappe contenant de 3 à 6 g/l. de NaCl. Quatre doses d'eau d'irrigation avaient été utilisées pour le dessalage (a) une dose unique de 150 mm, (b) une dose de 300 mm appliquée en deux doses de 150, (c) une dose de 450 mm appliquée en 3 doses et (d) une dose de 600 mm appliquée en 4 fois. La figure 1 montre l'évolution de la salure observée expérimentalement après l'application de 1 à 4 doses d'irrigation (haut) et calculée à partir du modèle théorique. On voit que l'accord est très satisfaisant à l'exception d'une tendance au ressillage des courbes superficielles due à une évaporation partielle de l'eau d'irrigation et dont il n'est pas tenu compte dans le modèle.

L'intérêt d'un tel accord entre les prédictions d'un modèle mathématique et les observations expérimentales est double, on peut tout d'abord calculer les modalités optimales du dessalage compte tenu de contraintes agronomiques, techniques et économiques que l'on se fixe, on peut aussi d'une façon plus empirique répéter sur ordinateur l'expérimentation réalisée au champ en modifiant à volonté les paramètres caractéristiques des conditions initiales. C'est ainsi qu'il serait très aisé de répéter l'expérience pour une gamme très variée de conditions relatives au volume total de l'eau utilisée pour le dessalage, au fractionnement de la dose totale et à la qualité de l'eau utilisée.

Un second exemple d'utilisation d'un modèle mathématique se rapporte à l'étude simultanée de l'évolution de la salure et de la saturation en sodium de sols de la région de Ouarzazate. Des sols sur lesquels l'irrigation a été arrêtée depuis 4 ans présentaient un taux de salure de la solution du sol de 100 mE/l. et un taux de sodium échangeable de 50% dans la couche arable. Le problème est de calculer à priori le volume d'eau qui sera nécessaire pour réduire le pourcentage de sodium échangeable à une valeur raisonnable sur une profondeur suffisante compte tenu de la composition de l'eau d'irrigation et de sa concentration.

Le calcul montre qu'une eau de nappe contenant 10 g/l. environ et ayant un S.A.R. de 5.6 réduira le E.S.P. à 15% dans la couche arable après passage d'un volume d'eau égal à deux à trois fois la capacité à saturation de cette couche.

Ceci peut s'illustrer de façon plus parlante si l'on porte en graphique la composition de la solution percolant au bas du profil en fonction du nombre de volume poreux qui a traversé ce dernier.

Un exemple est donné à la fig. 2 où les 2 concentrations en  $\text{Ca}^{++}$  et  $\text{Na}^+$

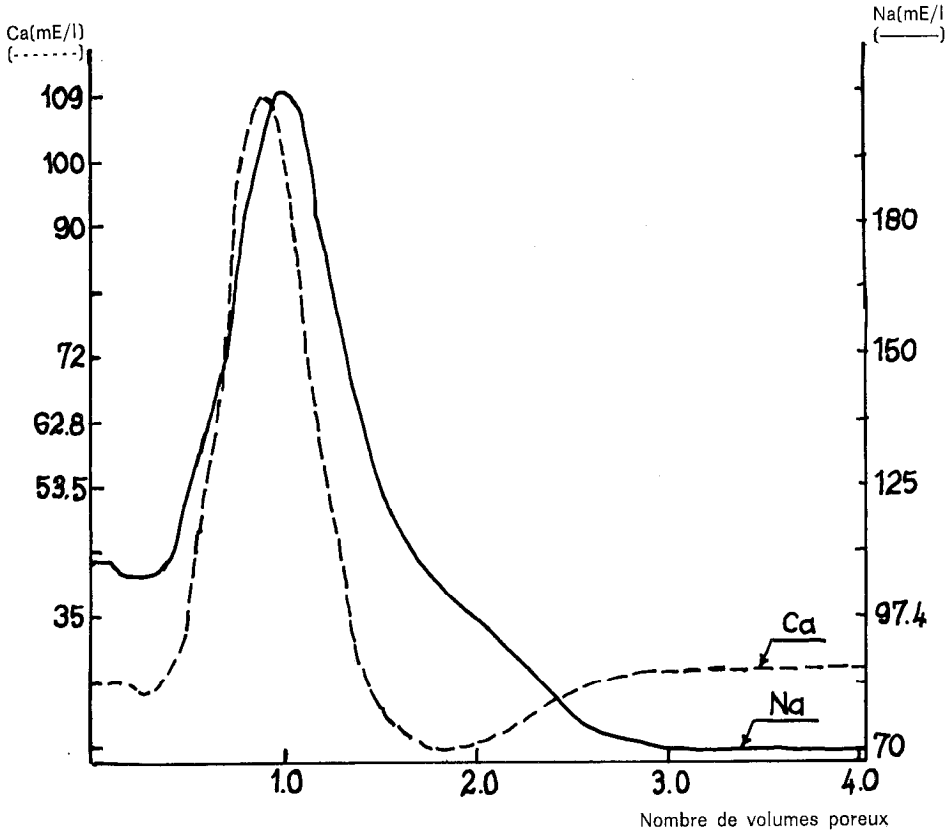


Figure 2 — Concentration de l'effluent du profil en  $\text{Ca}^{++}$  et  $\text{Na}^+$  en fonction du nombre de volumes poreux ayant traversé le profil. Les concentrations en  $\text{Ca}^{++}$  et  $\text{Na}^+$  de l'eau d'irrigation sont 33,0 et 70 mE/l respectivement.

de la solution percolante sont mises en graphique en fonction du volume percolé.

On voit que l'eau d'irrigation a déplacé des quantités importantes de Na la réaction d'échange ayant pour résultat que l'effluent contient le Na déplacé par Ca pendant le passage du second volume poreux à travers le profil. Compte tenu de la présence d'ion sulfate une certaine quantité de  $\text{Ca}^{++}$  n'apparaît plus comme ion  $\text{Ca}^{++}$  dans l'effluent mais comme  $\text{CaSO}_4$  non dissocié suite à un calcul effectué par le programme sur les équilibres de solubilisation impliquant les ions  $\text{Ca}^{++}$  et  $\text{SO}_4^{--}$ .

Comme il fallait s'y attendre la plus grande quantité de sels apparaît après le passage d'un volume poreux seulement avec une dispersion autour de la valeur maximum qui reflète à la fois l'hétérogénéité du profil et la dispersion hydrodynamique à travers son système poreux.

En résumé pour un matériel colloïdal du type de celui qui est présent dans les sols étudiés on peut dire que le premier volume poreux qui traverse le sol déplace les sels, les second et troisième complètent les réactions d'échange et de dissolution. Ceci ne vaut bien entendu que pour les valeurs des paramètres introduits dans le modèle tels que les capacités d'échange des cations, la concentration des solutions et le rapport sol-eau.